Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Dirección General de Estudios de Posgrado

Facultad de Educación

Unidad de Posgrado

Importancia de las estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento matemático en estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa, “Santa Mariana de Jesús” - Riobamba - Ecuador, 2014

TESIS

Para optar el Grado Académico de Doctor en Educación

AUTOR

Angélica María URQUIZO ALCIVAR

ASESOR

Abelardo Rodolfo CAMPANA CONCHA

Lima, Perú

2017

Referencia bibliográfica

Urquizo, A. (2017). *Importancia de las estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento matemático en estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa, "Santa Mariana de Jesús" - Riobamba - Ecuador, 2014*. [Tesis de doctorado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Educación, Unidad de Posgrado]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

V47

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIDAD DE POSGRADO

11(R)

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE LA TESIS PRESENTADA POR LA GRADUANDA DOÑA ANGELICA MARIA URQUIZO ALCIVAR PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE DOCTORA EN EDUCACIÓN

192

En la ciudad de Lima, a los 16 días del mes de mayo del 2017, siendo 12:00 p.m. se reunió en acto público en el Salón de Grados de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, el Jurado Examinador integrado por la Dra. YOLANDA RAMIREZ VILLACORTA (Presidente), el Dr. ABELARDO CAMPANA CONCHA (Asesor), la Dra. MARGARITA PAJARES FLORES (Jurado Informante), la Dra. OFELIA SANTOS JIMÉNEZ (Jurado Informante) y la Dra. TAMARA PANDO EZCURRA (Miembro del Jurado), para recepcionar la sustentación de la tesis titulada: **IMPORTANCIA DE LAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS COGNITIVAS EN EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO DE LA UNIDAD EDUCATIVA, "SANTA MARIANA DE JESÚS" – RIOBAMBA – ECUADOR, 2014** que presenta la graduanda doña **ANGELICA MARIA URQUIZO ALCIVAR,** para optar el Grado Académico de Doctora en Educación.

Para el efecto, el Jurado Examinador tuvo a la vista el informe favorable del Jurado Informante integrado por el Dr. ABELARDO CAMPANA CONCHA (Asesor), la Dra. MARGARITA PAJARES FLORES (Jurado Informante), la Dra. OFELIA SANTOS JIMÉNEZ (Jurado Informante)

Después de haber escuchado la sustentación de la graduanda, el Jurado Examinador procedió a formular las preguntas reglamentarias y, luego de una deliberación en privado, decidió otorgarle el calificativo de

DIECISEIS (16) BUENO

Como testimonio del acto que culminó a las 13:00 horas, cada uno de los miembros del Jurado Examinador procedió a suscribir el acta, para que se remita a las instancias correspondientes y se expida, previo trámite administrativo, el diploma que acredite a doña **ANGELICA MARIA URQUIZO ALCIVAR,** para optar el Grado Académico de Doctora en Educación.

Dra. YOLANDA RAMIREZ VILLACORTA
Presidente

Dr. ABELARDO CAMPANA CONCHA
Asesor

Dra. MARGARITA PAJARES FLORES
Jurado Informante

Dra. OFELIA SANTOS JIMÉNEZ
Jurado Informante

Dra. TAMARA PANDO EZCURRA
Miembro del Jurado

DEDICATORIA

A Dios, mi todo

A mis primeros ángeles, mis padres

A mis hermanas

A mis hijas y mi sobrinito

A mi esposo

A todos los que gusten de la Matemática

AGRADECIMIENTO

A Dios por todas sus bendiciones.

A mi familia, por su amor y paciencia.

A mi tutor un verdadero guía por su paciencia y profesionalismo.

A mi padre (+), sin su apoyo y ayuda no hubiera sido posible este trabajo.

A la Unidad Educativa Santa Mariana de Jesús de Riobamba.

A la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

A la Universidad Nacional de Chimborazo.

ÍNDICE

INDICE DE TABLAS

INDICE DE GRÁFICOS

RESUMEN

La capacidad de un ser humano para resolver problemas está ligado al desarrollo de su razonamiento, por ende, dificultades en el razonamiento ocasionan dificultades en las personas para resolver problemas de cualquier índole. Por otro lado, en el Ecuador, los estudiantes que culminan el bachillerato, previo al ingreso a la Universidad, deben rendir una prueba que entre otros contempla el razonamiento matemático. El objetivo del estudio que se presenta es Demostrar que la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas influye en el desarrollo del razonamiento matemático de las estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús". Se realizó un estudio cuasi experimental en el cual participaron dos grupos, uno de 33 estudiantes, que constituyó el grupo de control y el otro, con 43 estudiantes que conformó el cuasi experimental; se utilizaron estrategias cognitivas como: cálculos mentales, estrategias para la resolución de problemas y creación de problemas. Se aplicó un test de razonamiento matemático. Se establecieron, una hipótesis general y 4 hipótesis específicas probándose todas con la prueba t para muestras independientes, se probó que las estrategias utilizadas mejoraron el desarrollo del razonamiento numérico, algebraico, lógico e inductivo; por ende, el razonamiento matemático ya que el grupo cuasi experimental pasó de un nivel de regular (pre test) a bueno (pos test) y alcanzó un desarrollo del razonamiento matemático del 61% frente al 45% del grupo de control. Se recomienda que las estrategias propuestas en este estudio, sean utilizadas para fortalecer el razonamiento matemático de los estudiantes como un proceso integrado a su labor diaria y no como una actividad extra al final de su vida estudiantil, así mismo que sean incorporadas a la formación de los futuros docentes de Matemática de nivel básico y bachillerato.

PALABRAS CLAVES: Estrategias didácticas, razonamiento matemático, razonamiento numérico, razonamiento algebraico, razonamiento inductivo, razonamiento lógico, resolución de problemas.

ABSTRACT

The capacity of a human being to solve problems is linked to the development of his reasoning, therefore, difficulties in reasoning cause difficulties in solving problems of any kind. On the other hand, in Ecuador, students who complete the high school, prior to the admission to the University, must take a test that, among others, contemplates mathematical reasoning. The objective of the study that is presented is to demonstrate that the application of a program of cognitive didactic strategies influences the development of the mathematical reasoning of the students of third year of high school of the Educational Unit "Santa Mariana de Jesus". A quasi-experimental study was carried out in which two groups participated, one of 33 students, who constituted the control group and the other, with 43 students who formed the experimental quasi. We used cognitive strategies such as: mental calculations, strategies for problem solving and problem creation. A mathematical reasoning test was applied. A general hypothesis and 4 specific hypotheses were established, all of which were tested with the independent sample test, It was proved that the strategies used improved the development of numerical, algebraic, logical and inductive reasoning; And therefore the mathematical reasoning, since the quasi-experimental group went from a pretest to a post test and reached a development of mathematical reasoning of 61% versus 45% of the control group. It is recommended that the strategies proposed in this study are used to strengthen students' mathematical reasoning as an integrated process to their daily work and not as an extra activity at the end of their student life, as well as being incorporated into the formation of the future Mathematics teachers of basic level and high school.

KEY WORDS: Didactic strategies, mathematic reasoning, numeric reasoning, algebraic reasoning, inductive reasoning, logic reasoning, problems solving.

RESUMO

A capacidade de um ser humano é resolver os problemas ligados ao desenvolvimento do seu raciocínio, causando dificuldades em dificuldades de raciocínio em pessoas para resolver problemas de qualquer espécie. Por outro lado, no Equador, os alunos que concluírem o ensino médio, antes da admissão para a faculdade deve fazer um teste, que entre outros inclui o raciocínio matemático. O objetivo do estudo apresentado aqui é mostrar que a implementação de um programa de estratégias de aprendizagem cognitivas influencia o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos do terceiro ano de Bacharelado em Unidade de Educação "Santa Mariana de Jesus" um estudo quasi-experimental em que dois grupos participaram, um dos 33 estudantes, que constituíram o grupo controle e outra com 43 alunos formados a quase experimental realizado; cálculos mentais, foram utilizadas estratégias para a resolução de problemas e criando problemas como estratégias cognitivas. Foi aplicado um teste de raciocínio matemático.Eles estabeleceram uma hipótese geral e 4 hipóteses específicas que está sendo testado todo o teste t para amostras independentes, Provou-se que as estratégias utilizadas melhor desenvolvimento numérica raciocínio, algébrica, lógica e indutiva; Por conseguinte, o raciocínio matemático como o grupo experimental quase passaram um nível normal (pré-teste) para bom (teste pós) e atingiram um desenvolvimento do raciocínio matemático 61% contra 45% no grupo de controlo. Recomenda-se que as estratégias propostas no presente estudo, que são utilizados para reforçar o raciocínio matemático dos alunos como uma abordagem integrada para o seu trabalho diário e não como um extra no final da sua actividade vida de estudante, também deve ser incorporada no processo de formação futuros professores de matemática do ensino básico do ensino médio.

PALAVRAS-CHAVE: Estratégias de Ensino, raciocínio matemático, raciocínio numérico, raciocínio algébrico, o raciocínio indutivo, raciocínio lógico, resolução de problemas.

INTRODUCCIÓN

En el mundo actual en el que cada vez hay más problemas que soluciones, el aprendizaje de la Matemática, y en particular el desarrollo del razonamiento matemático es una herramienta muy importante para hallar soluciones a los problemas diarios de la vida.

Por otro lado, en el Ecuador el desarrollo de competencias matemáticas y verbales se hace indispensable al momento de rendir la prueba ENES (Examen Nacional para la educación superior) para aquellos jóvenes que desean obtener un cupo para las Universidades públicas.

Debido a esto se han creado muchas Empresas que ofrecen cursos intensivos para prepararlos tanto en razonamiento verbal como razonamiento matemático. ¿Acaso estas destrezas no pueden ser trabajadas paralelamente con los contenidos de las asignaturas? ¿Acaso son destrezas momentáneas?, y en el caso específico de la Matemática, ¿Se pueden utilizar estrategias didácticas cognitivas que influyan en el desarrollo del razonamiento matemático?

En este contexto, se ha elegido a la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús", una prestigiosa institución fisco misional de la ciudad de Riobamba, de educación básica y bachillerato, pues al momento de realizar la investigación la investigadora cumplía funciones de docente en dicha institución y tuvo la posibilidad de organizar el plan curricular del tercer año de Bachillerato paralelo "B", que se tomó como el grupo con el que se aplicó la propuesta.

En el capítulo I se ha hecho una descripción de la situación problemática, se han planteado los objetivos de la investigación, la justificación, planteamiento de las hipótesis y la metodología.

El capítulo II, contiene la fundamentación teórica del estudio, para cada una de las variables: Estrategias didácticas cognitivas y razonamiento matemático.

El capítulo III recoge el estudio empírico donde se presentan los resultados, así como la prueba de hipótesis.

CAPITULO I

PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO

1. Fundamentación del problema de investigación.

Es conocido que el aprendizaje de la Matemática, así como es importante en el desarrollo de un ser humano es también uno de los que más dificultades presentan. Por ello ha sido motivo de muchas investigaciones por parte de reconocidos investigadores como Bruno D'Amore, María Isabel Fandiño, Josextu Orrantia, entro otros. Ellos coinciden en que, entre las diversas dificultades, está la resolución de problemas. Es decir que, parte de las bondades de aprender Matemática es que nos enseña a resolver problemas; los cuales al principio son específicos, pero que luego se pueda extrapolar esta capacidad para resolver cualquier dificultad de la vida diaria. Esto podría explicar por qué a los seres humanos se nos hace en ocasiones tan difícil enfrentar y solucionar problemas de toda índole: familiar, profesional, etc. Sin duda una base importante para la resolución de problemas es el razonamiento.

Por otro lado, en el Ecuador, existe la SENESCYT (Secretaría Nacional de Educación superior, ciencia y tecnología), cuya misión expresada en su sitio web es: "Ejercer la rectoría de la política pública de educación superior, ciencia, tecnología, innovación y saberes ancestrales y gestionar su aplicación; con enfoque en el desarrollo estratégico del país. Coordinar las acciones entre el ejecutivo y las instituciones de educación superior en aras del fortalecimiento académico, productivo y social. En el campo de la ciencia, tecnología y saberes ancestrales, promover la formación del talento humano avanzado y el desarrollo de la investigación, innovación y transferencia tecnológica, a través de la elaboración, ejecución y evaluación de políticas, programas y proyectos", en este contexto es quien se encarga de los procesos de nivelación y admisión a las Universidades públicas del Ecuador y para ello se ha creado el SNNA (Sistema Nacional de Nivelación y Admisión).

Los estudiantes interesados en seguir estudios deben rendir una prueba de aptitud académica llamada ENES (Examen Nacional para la educación superior) que contempla razonamiento lógico, verbal y numérico, y que requiere un puntaje mínimo para tener la posibilidad de acceder a un cupo a una Universidad o Escuela Politécnica. Los resultados del 2012, de la provincia de Chimborazo, nos ubica en razonamiento lógico con 662 puntos, lo que está por debajo de la media nacional de 667,5.(SNNA, 2012, p. 3)

Por esta razón muchos estudiantes se ven en la necesidad de además de tomar sus clases regulares de tercer año de bachillerato inscribirse a cursos extras para prepararse en éstas áreas; lo cual genera un problema en ellos pues el nivel de exigencia del último año de bachillerato es alto y si a eso se suma esta responsabilidad adicional, lo que hace que los jóvenes se sientan presionados, eso sin contar con el esfuerzo económico extra que los padres hacen.

La Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús” no es la excepción, la “presión” para las estudiantes es alta y para los docentes de estas áreas también, y no siempre se encuentran las estrategias adecuadas para trabajar en estas habilidades en forma paralela con las clases regulares. Se ha escogida esta institución pues brinda todas las facilidades para realizar el estudio por el tiempo que sea necesario, así como la posibilidad de trabajar semanalmente con las estudiantes del tercer año de bachillerato paralelos A y B.

2. Planteamiento del problema

2.1 Problema general

¿Cómo influye la **aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas** en el desarrollo del **razonamiento matemático** de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús"?

2.2 Problemas específicos

1. ¿Cómo influye la **aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas** en el desarrollo del **razonamiento numérico** de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús"?

2. ¿De qué manera la **aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas** influye en el desarrollo del **razonamiento algebraico** de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús"?

3. ¿Cómo influye la **aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas** en el desarrollo del **Razonamiento lógico** de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús"?

4. ¿De qué manera la **aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas** influye en el desarrollo **del razonamiento inductivo** de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús"?

3. Objetivos de la investigación

3.1 General

Demostrar que la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas influye en el desarrollo del razonamiento matemático en estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús" de Riobamba-Ecuador.

3.2 Específicos

1. Comprobar la influencia de la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento numérico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

2. Establecer la influencia de la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento algebraico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

3. Emplear estrategias didácticas cognitivas y establecer su influencia en el desarrollo del razonamiento lógico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

4. Comprobar la influencia de la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento inductivo de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

4. Justificación o significatividad

1.1 Justificación legal

El presente trabajo se ajusta al reglamento de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Educación y Unidad de Posgrado.

En cuanto al Ecuador responde al Objetivo 4 del Plan Nacional del buen vivir para el periodo 2013-2017, que dice: "Fortalecer las capacidades y potencialidades de la ciudadanía" dada que fortalecer el razonamiento matemático ayuda a fortalecer sus capacidades y potencialidades.

1.2 Justificación Teórica

El razonamiento numérico y lógico tienen gran importancia especialmente en el desarrollo cognitivo de una persona y sus beneficios se ven reflejados no sólo en su vida académica sino en la manera de "vivir la vida".

En el trabajo de Ferrándiz y otros (2008) se hace una reflexión en el sentido de que los estudiantes que manifiestan un buen razonamiento matemático suelen disfrutar de la magia de los números y sus combinaciones, les fascina emplear fórmulas aún fuera del laboratorio; les encanta resolver problemas lógicos; necesitan explorar y pensar manipulando materiales y objetos de ciencias. Suelen ser capaces de encontrar y establecer relaciones entre objetos que otros no ven y trabajar con problemas cuya solución exige el uso del pensamiento crítico y divergente, manifiestan unas excelentes habilidades de razonamiento y debemos mencionar que esto se refleja no solamente en su vida académica sino en otros ámbitos pues son personas más dispuestas a ayudar a encontrar soluciones que tanta falta nos hace en esta vida.

Además, esto acentúa el valor del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, cuya finalidad puede resumirse desde un punto de vista ecléctico como:

1 La Matemática como conocimiento que desarrolla capacidades cognitivas de alto valor.
2 La Matemática como instrumento que sirve para trabajar en otras áreas especialmente científicas

3 La aplicación funcional de la Matemática que permite su utilización en varios ámbitos de la vida diaria. (Goñi, 2011).

Este trabajo es coherente con la finalidad 1) puesto que el razonamiento lógico, numérico, algebraico e inductivo son capacidades cognitivas de alto nivel.

4.3 Justificación práctica:

En el Ecuador los desarrollos de las habilidades de razonamiento ya no son importantes solamente por el aporte que dan a la formación integral de una persona sino además porque para los jóvenes ecuatorianos es un requisito indispensable para el acceso al sistema de educación Superior. En este sentido consideramos que el trabajo será muy útil primero en la unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús" y luego se podrá replicar en otras instituciones de Riobamba o del país, así como ser utilizado para formar a los futuros docentes de Matemática que acuden a las aulas de la Universidad Nacional de Chimborazo.

Se contó con las facilidades en la Institución mencionada en cuanto a la accesibilidad por un lapso de tiempo de tres meses en el periodo lectivo 2013-2014, para trabajar en la investigación con la muestra que se ha seleccionado que son las estudiantes de tercer año de bachillerato dado que eran las próximas a someterse a los procesos de evaluación. Contamos con los recursos adecuados para realizar la investigación en cuanto a bibliografía, recursos materiales y financiamiento, así como con la motivación necesaria para emprender este proceso.

4.4 Alcances y Limitaciones

Como alcances se pretende desarrollar una guía de estrategias para ayudar a desarrollar el razonamiento matemático enfocada a docentes de bachillerato.

Como limitaciones se tiene el poco tiempo del que se disponía para la aplicación de la propuesta, apenas 3 períodos semanales por 11 semanas.

5. Formulación de las hipótesis

5.1 Hipótesis General

El uso de un programa de estrategias didácticas cognitivas mejora el razonamiento matemático de las estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús" de Riobamba-Ecuador

Ho: El uso de un programa de estrategias didácticas cognitivas no mejora el razonamiento matemático de las estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús" de Riobamba-Ecuador

5.2 Hipótesis Específicas

H1: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el desarrollo del razonamiento numérico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

Ho: El uso de estrategias didácticas cognitivas no mejora el desarrollo del razonamiento numérico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

H2: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el desarrollo del razonamiento algebraico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

Ho: El uso de estrategias didácticas cognitivas no mejora el desarrollo del razonamiento algebraico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

H3: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el desarrollo del razonamiento lógico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

Ho: El uso de estrategias didácticas cognitivas no mejora el desarrollo del razonamiento lógico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.

H4: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el desarrollo del razonamiento inductivo de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.

Ho: El uso de estrategias didácticas cognitivas no mejora el desarrollo del razonamiento inductivo de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.

6. Identificación de variables

En este trabajo se han identificado las variables: Aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas y razonamiento matemático.

a) Variable independiente: Aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas

b) Variable dependiente: Razonamiento matemático

c) Variables Intervinientes: Tiempo, nivel de motivación de las estudiantes, nivel socioeconómico, actitud de las estudiantes hacia la Matemática.

7. Metodología de la investigación

7.1 Tipificación de la investigación

- Es una investigación de campo, puesto que iremos a la Institución para trabajar directamente con los elementos de la muestra.

- Es una investigación Aplicada, pues en base a referentes teórico metodológicos se hizo una propuesta de qué estrategias didácticas utilizar para ayudar al desarrollo del razonamiento matemático.
- Tiene un diseño cuasi experimental pues se trabajó utilizando un grupo cuasi experimental y uno de control, y los grupos estuvieron formados antes del inicio de la investigación.

7.2 Estrategia para la prueba de hipótesis

Una vez obtenida la información, se organizaron los datos en tablas de frecuencias para su procesamiento y se utilizó la hoja electrónica Excel y el paquete estadístico SPSS, para la prueba de hipótesis se utilizó la técnica t-student de diferencia de medias para muestras independientes.

7.3 Población y muestra.

7.3.1 Población:

La población estuvo constituida por las estudiantes que cursaron el bachillerato en la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús" de la ciudad de Riobamba en el año 2014.

Tabla 1: Población

AÑO DE BACHILLERATO	PARALELO	No. ESTUDIANTES
Primero	A	36
	B	36
	C	36
	D	29
Segundo	A	41
	B	42
	C	22
Tercero	A	33
	B	43
	C	26
TOTAL		344

Fuente: Elaboración Propia

7.3.2. Muestra:

Se tomó una muestra no probabilística pues se trabajó con el paralelo A y B del tercer año de bachillerato.

Tabla 2: Muestra

GRUPOS	PARALELOS	No. ESTUDIANTES
CONTROL	TERCERO A	33
CUASIEXPERIMENTAL	TERCERO B	43
TOTAL		76

Fuente: Elaboración Propia

El paralelo A fue el grupo de control, donde no se aplicó la propuesta y el paralelo B fue el grupo cuasi experimental, con el cual se aplicó el programa de estrategias didácticas cognitivas.

7.4 Instrumentos de recolección de datos

Los instrumentos utilizaron fueron un pre test de entrada, un post test al final de la aplicación del programa de estrategias didácticas cognitivas y un cuestionario sobre la percepción del nivel de dificultad en la resolución de problemas matemáticos que tuvieron las estudiantes luego de la aplicación del programa.

El pos test contiene 16 preguntas de razonamiento matemático, 4 de razonamiento numérico, 4 de razonamiento algebraico, 4 de razonamiento lógico y 4 de razonamiento algebraico. Se utilizó una escala porcentual sobre 100. El objetivo no era exigir exactitud y precisión en el menor tiempo sino permitir el razonamiento en cada sección de acuerdo a su ritmo, en función del tiempo disponible para la prueba que fueron 50 minutos.

a) Validación de instrumentos (Ver anexos)

Tabla 3: Validación de expertos

Nº	EXPERTOS	VARIABLE INDEPENDIENTE Estrategias didácticas	VARIABLE DEPENDIENTE Razonamiento matemático
1	Dr. Baldovino Lamirata Carigli (Experto en Matemática)	97.5%	96.25 %
2	Dra. Luz Doris Sánchez	82 %	82 %
3	Dr. Edgar Montoya	90 %	96 %
TOTAL		**89,83 %**	**91,41%**

Fuente: Elaboración Propia

Interpretación: En el plan de aplicación de estrategias didácticas se tiene un porcentaje de 89,83% lo que refleja una validez excelente; en el test de razonamiento matemático 91,41% que también refleja una validez excelente.

b) Confiabilidad de los instrumentos

Para el Pos test razonamiento matemático, el coeficiente de confiabilidad se calculó con la fórmula:

$$C_f = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\bar{x}(n-\bar{x})}{n\delta^2}\right]$$

n	92
$\bar{x}$	53
σ^2	270,51
C_f	0,91

De acuerdo a Ñaupas, Mejía, Novoa y Villagómez (2011, p. 161) se halló un índice $C_{f\,=}$ 0. 91 que representa el 91% de confiabilidad del instrumento aplicado.

8 Glosario de términos

- **Bachillerato:** Es la etapa educativa que se realiza después de los 10 años de educación básica durante un período de 3 años previo a la etapa de educación superior. Actualmente en el Ecuador existen el bachillerato técnico, el Bachillerato general unificado y el bachillerato internacional.

- **Ejercicios:** Según el diccionario de la lengua española corresponden a trabajo práctico que en el aprendizaje de ciertas disciplinas sirve de complemento y comprobación de la enseñanza teórica.

- **Ejercitadores**: Recursos que le presentan al alumno una gran cantidad de problemas sobre un mismo tema y le proporcionan retroalimentación inmediata.

- **Estrategias didácticas**: Es un conjunto de acciones encaminado a lograr cumplir objetivos relacionados con un proceso educativo.

- **Estrategias cognitivas**: Secuencias integradas de procedimientos o actividades que se eligen con el propósito de facilitar la adquisición, el almacenamiento y/o la utilización de información o conocimientos.

- **Estrategias didácticas cognitivas:** Procedimientos y actividades favorecedoras al aprendizaje que se eligen con el propósito de facilitar la utilización de sus conocimientos en la resolución de problemas de razonamiento matemático.

- **Estrategias lúdicas:** Conjunto de actividades de carácter participativa y dialógica impulsadas por el uso creativo y consistente, de técnicas, ejercicios y juegos didácticos.

- **Problema matemático:** Es algo que no se sabe cómo hacer en principio, pero luego a través de la aplicación de estrategias, razonamiento, cálculos, entre otros se puede resolver.

- **Problemas de razonamiento numérico:** Se consideran a los problemas para cuya solución es necesario realizar simples operaciones aritméticas. Utilizan el razonamiento numérico.

- **Problemas de razonamiento algebraico:** Se consideran a los problemas para cuya solución es necesario la transformación de lenguaje natural a algebraico o viceversa y utiliza el planteamiento de ecuaciones, sistemas de ecuaciones, factorización entre otros procesos algebraicos.

- **Problemas de Razonamiento lógico:** Se consideran a los problemas para cuya solución, partiendo de uno o más juicios, se deriva la validez, la posibilidad o la falsedad de otro juicio distinto.

- **Problemas de Razonamiento inductivo:** Aquellos problemas que requieren obtener generalizaciones a partir de datos particulares. En este grupo serán considerados los problemas de series, patrones numéricos o gráficos.

- **Razonamiento matemático:** El razonamiento matemático es el razonamiento aplicado a sistemas matemáticos.

- **Razonamiento numérico:** L*a capacidad de manipular símbolos numéricos y de razonar con información y relaciones de* cantidad.

- **Razonamiento algebraico:** El razonamiento que implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas

- **Razonamiento lógico:** El razonamiento en el que partiendo de uno o varios juicios verdaderos, denominados premisas, llegamos a una conclusión conforme a ciertas reglas de inferencia

- **Razonamiento inductivo:** la capacidad de desarrollar reglas, ideas o conceptos generales a partir de grupos específicos de ejemplos.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

1. Antecedentes de la Investigación.

A. Antecedentes Internacionales

Se han encontrado algunos trabajos interesantes entre los cuales presentamos:

- *Razonamiento, solución de problemas matemáticos y rendimiento académico*. Autor: Mario Orlando. Tesis doctoral. Universidad de San Andrés, Buenos Aires Argentina. Es un estudio realizado en el 2014 que tuvo como objetivo general: Identificar los factores asociados al desarrollo de la competencia para resolver problemas matemáticos, las habilidades cognitivas que intervienen y valorar su asociación con el rendimiento académico de estudiantes de carreras de educación superior, después del primer año de estudio. Entre sus resultados, se encontró que las mayores dificultades surgieron en la comprensión del problema y en la argumentación de las estrategias que los resuelven y que el 60% de los alumnos resuelven los problemas de forma mecánica.

- *El pensamiento lógico desde la perspectiva de las neurociencias cognitivas*. Autor: Rafael Blanco. Tesis doctoral. Universidad de Oviedo, España. Esta investigación presentada en el 2009, hace un análisis sobre los enfoques que se han hecho en varias investigaciones sobre el pensamiento lógico y la necesidad de realizar el análisis basándose en varias consideraciones teóricas y empíricas relacionadas con las Ciencias Neurológicas, la Psicología Cognitiva y del desarrollo, con la Lingüística y la propia Lógica. Se aplicaron varios tipos de test de orden psicológico. Una de sus conclusiones es que los procesos de pensamiento lógico pueden ser caracterizados teóricamente, y sometidos a investigación científica y filosófica, en función de sus analogías con las funciones lingüísticas, principalmente.

- *Educación del razonamiento lógico matemático en educación infantil*. Autora: Mª Pilar Ruesga. Universidad de Barcelona, España. En este estudio se muestra cómo la matemática presenta una demanda relativa a dos tipos de problemas, que diferenciamos, que abordables son en la Educación Infantil y permiten retomar las ideas de la teoría conjuntista como parte de las estrategias de razonamiento reformulables en el marco de la concepción de la matemática como una ciencia que precisa establecer relaciones entre datos y hechos. Estas estrategias, revisten un aspecto de juego de reglas practicables en dos modos: como aplicación y como descubrimiento. Uno de sus resultados muestra diferencias significativas entre los modos directo e inverso en relación con la reversibilidad piagetiana puesto que no se produce el deseado equilibrio argumentativo, aunque se resuelvan las tareas.

B. Antecedentes Nacionales

Estrategias didácticas y aprendizaje de la Matemática en el programa de estudios por experiencia laboral. Autor: Dany Lázaro. Tesis doctoral, Universidad San Martin de Porres. Este estudio realizado en el 2012 tuvo como objetivo general: Determinar la relación entre las estrategias didácticas y el proceso de aprendizaje de matemática en los estudiantes del Programa de Estudios por Experiencia Laboral EPEL en la Universidad Ricardo Palma en el periodo 2005 – 2008. Según los resultados se apreció la influencia positiva de las estrategias didácticas en el aprendizaje de la matemática del Programa de Estudios por Experiencia Laboral en la Universidad Ricardo Palma en el periodo 2005 – 2008.

El aprendizaje cooperativo para mejorar la práctica pedagógica en el Área de Matemática en el nivel secundario de la Institución Educativa “Señor de la Soledad” – Huaraz, región Ancash en el año 2011. Autor: Juan de Sahagun Hilario García. Tesis doctoral. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Este estudio tuvo como objetivo general: Experimentar el efecto del empleo de las estrategias de aprendizaje cooperativo en el mejoramiento de la calidad de la práctica pedagógica de los docentes del área de matemática en el nivel secundario de la Institución Educativa “Señor de la Soledad”– Huaraz, Región Ancash en el año 2011. El estudio probó que los empleos de las estrategias de aprendizaje cooperativo mejoraron significativamente la calidad de la práctica pedagógica de los docentes del área de matemática del nivel secundario de la Institución Educativa “Señor de la Soledad” – Huaraz, Región Ancash en el año 2011.

Los antecedentes revisados muestran que existe una preocupación en varios contexto nacionales e internacionales por investigar sobre estrategias didácticas y razonamiento matemático. Esto nos hace ver la importancia que tiene el tema a investigar. Sin embargo, en ninguno de los trabajos revisados se enfoca en el nivel con el que se realiza la presente investigación, ni en el contexto con que se trabajó.

2. Bases Teóricas o teoría sustantiva

2.1 Estrategias Didácticas cognitivas.

2.1.1 Conceptualizaciones:

2.1.1.1 Estrategias:

Es “el conjunto de acciones deliberadas y arreglos organizacionales para coordinar (dirigir) el sistema de enseñanza aprendizaje” (Bastidas, 2004, p.2). Ibarra (s.f., p. 2) considera que una estrategia es una guía de las acciones que hay que seguir y por lo tanto, son siempre conscientes e intencionales, dirigidas a un objetivo relacionado con el aprendizaje

2.1.1.2 Estrategias Cognitivas:

Cuando se habla de estrategias cognitivas se alude a secuencias integradas de procedimientos o actividades que se eligen con el propósito de facilitar la adquisición, el almacenamiento y/o la utilización de información o conocimientos. (Sanjurjo y Vera, 1994, citado en Ciucci, Nassif, Larcher, y Monzón, 2013, p.5).

También se consideran todas las actividades y operaciones mentales del estudiante para conseguir aprendizajes significativos (cognoscitivo = formas de acceder a lo cognitivo), procesando la información, resolviendo problemas y autorregulando el proceso. Las estrategias cognoscitivas son procedimientos para aprender a aprender. (Urquizo Huilcapi, 2007, p. 23).

De acuerdo a Espeleta, Fonseca y Zamora (2014, p.7) involucran actividades que propicien el desarrollo de habilidades cognitivas y la construcción del conocimiento matemático.

Por otro lado, Domínguez (2011, p. 30-31) define a las estrategias cognitivas como habilidades facilitadoras del conocimiento, que operan directamente sobre la información: recogiendo, analizando, comprendiendo, procesando y guardando información en la memoria, para que posteriormente, sea recuperada y utilizarla dónde, cuándo y cómo convenga. Usualmente tiene que ver con procesos de:

- Atención: donde se puede utilizar la exploración, fragmentación, selección, subrayado, traducción a lenguaje propio, elaboración de resúmenes, gráficos, redes, esquemas y mapas conceptuales utilizando lenguaje oral y escrito.
- Elaboración: donde se puede utilizar preguntas, metáforas, analogías, organizadores, apuntes y fichas.
- Memorización/ Recuperación: Relacionado a codificación y generación de respuestas.

Las habilidades cognitivas se refieren a las capacidades intelectuales que resultan de la manera cómo los individuos muestran disposición para hacer algo y son las forjadoras del conocimiento.

2.1.1.3 Estrategias didácticas:

Las estrategias didácticas se consideran todos los actos favorecedores del aprendizaje. (Carrasco, 2004, p.83); también se consideran un "un proceso integral que organiza y desarrolla un conjunto de acciones que se proyectan y se ponen en marcha de forma ordenada para alcanzar un determinado propósito pedagógico" (Salazar, 2012, p.76).

Para Viloria y Godoy (2020, p.5) las estrategias didácticas "son una serie de pasos, habilidades, métodos, técnicas y recursos que se planifican de manera flexible para ayudar el educando a obtener un aprendizaje significativo".

Benedito (2000, p. 112) manifiesta que las estrategias didácticas "son un conjunto planificado de acciones y técnicas que conducen a la consecución de objetivos procedimentales durante el proceso educativo"

En todos los casos los autores coinciden en que es un proceso organizado que valiéndose de ciertas técnicas ayudan a la consecución de objetivos con fines pedagógicos.

2.1.1.4 Estrategias Didácticas cognitivas:

Para Fierro (1998)

> Las estrategias didácticas cognitivas pueden ser definidas como formas de seleccionar, almacenar, manipular y aprovechar la información que se produce en todos los niveles del comportamiento. Son modos deliberados de ejecución cognitiva ordenada, mediante la cual se organizan y controlan actividades más particulares del procedimiento de la información (citado en Antezana, 2012, p.20).

Para Pozo (1990) son "Secuencias integradas de procedimientos o actividades que se eligen con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento y/o utilización de la información." (citado en Antezana, 2012, p.20).

2.1.2 Aportes del constructivismo

Es necesario resaltar algunos elementos importantes de los aportes del constructivismo en la educación, en esta sección presentamos en resumen lo expuesto por Díaz Barriga y Hernández (2010) respecto al tema.

La concepción constructivista gira en torno a tres ideas fundamentales:

a) El estudiante es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje: Ya que construye (o más bien reconstruye) los saberes de su grupo cultural, siendo un sujeto activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, lee o escucha la exposición de los otros.

b) La actividad mental constructiva del alumno se aplica a contenidos que poseen ya un grado considerable de elaboración: No quiere decir que en todo momento el estudiante tiene que descubrir o inventar literalmente el conocimiento, sino más bien reconstruye un conocimiento preexistente en la sociedad, pero lo construye en el plano personal desde el momento que se acerca en forma progresiva y comprehensiva a lo que significan y representan los contenidos curriculares como saberes culturales.

c) La función del docente es engarzar los procesos de construcción del estudiante con el saber colectivo culturalmente organizado: La función del profesor no debe limitarse a crear condiciones óptimas para que el estudiante despliegue una actividad mental constructiva, sino que debe orientar y guiar explícita y deliberadamente dicha actividad.

La construcción del conocimiento escolar es un proceso de elaboración, en el sentido de que el estudiante selecciona, organiza y transforma la información que recibe de muy diversas fuentes, estableciendo relaciones entre dicha información y sus ideas o conocimientos previos. De esta manera aprender un contenido quiere decir que el alumno le atribuye un significado, construye una representación mental a través de imágenes o proposiciones verbales, o bien elabora una especie de teoría o modelo mental como marco explicativo de dicho conocimiento.

En forma resumida, algunos de los principios de aprendizaje con el enfoque constructivista son:

- El aprendizaje es un proceso constructivo interno, auto estructurante.
- El grado de aprendizaje depende del nivel de desarrollo cognitivo.
- El punto de partida de todo aprendizaje son los conocimientos previos.
- El aprendizaje es un proceso de (re)construcción de saberes culturales
- El aprendizaje se facilita gracias a la mediación o interacción con los otros.
- El aprendizaje implica un proceso de reorganización interna de esquemas.
- El aprendizaje se produce cuando entra en conflicto lo que el alumno ya sabe con lo que debería saber.

En este enfoque, una forma de clasificar las estrategias es:

a) Estrategias de enseñanza: Son los procedimientos o recursos utilizados por el agente de enseñanza para promover aprendizajes significativos. Según el proceso cognitivo se clasifican en:
    - Estrategias para activar conocimientos previos: Dirigidas activar conocimientos previos o generarlos si o existen; por ejemplo, lluvia de ideas, pre interrogantes, enunciación de objetivos entre otras.
    - Estrategias para orientar la atención de los estudiantes: Son los que utiliza el profesor para mantener y focalizar la atención de los estudiantes durante la clase o sesión; por ejemplo, preguntas insertadas, uso de pistas o claves, ilustraciones.
    - Estrategias para organizar la información que se ha de aprender: Dan mayor contexto organizativo a la información nueva que se presentará para mejorar la posibilidad de su significatividad; como ejemplos tenemos representaciones viso espaciales, resúmenes, cuadros sinópticos.

- Estrategias para promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender: Son aquellas destinadas a crear o potenciar enlaces adecuados entre los conocimientos previos y la nueva información para asegurar una mayor significatividad de los aprendizajes logrados; en este caso se pueden usar organizadores previos, analogías.

b) Estrategias de aprendizaje: Es un procedimiento que un estudiante adquiere y emplea intencionalmente para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas. Una forma de clasificarlas es:

    - Estrategias de elaboración: Su objetivo es integrar y relacionar la nueva información con los conocimientos previos.
    - Estrategias de organización: Permiten organizar, agrupar o clasificar la información para lograr una correcta representación de la misma mostrando las posibles relaciones entre las partes o con la nueva información que se ha de aprender.
    - Estrategias de recuperación de la información: Aquellas que periten optimizar la búsqueda de información que hemos almacenado en nuestra memoria a largo plazo.

Otra forma de clasificar las estrategias es la presentada por Urquizo Huilcapi (2007, p.27):

- Estrategias para aprender: Son estrategias que se desarrollan para atender y entender la información mediante: asociación o comparación, preguntas dirigidas, resúmenes y ordenadores gráficos, actividades de evaluación, coevaluación y autoevaluación. Los procesos de adquisición, retención y evocación son paralelos y simultáneos, cada uno tiene sus estrategias.
- Estrategias para adquirir: Permiten adquirir y formar estructuras o esquemas de conocimientos que nos ayudan a: atender, seleccionar y organizar codificando la información para almacenar en nuestra memoria. Ej. Adecuada utilización del cuarto nivel de lectura.
- Estrategias para retener: Mejoran o incrementan la retención de la información en nuestra memoria a largo plazo, mediante actividades de repaso o de re-aprendizaje.

- Estrategias para recordar: Permiten recordar lo almacenado en nuestra memoria a largo plazo y traerla a la memoria a corto plazo para combinarla e integrarla con la nueva información, una estrategia para ello puede ser el recuerdo dirigido.
- Estrategias para solucionar problemas. - Especialmente se utilizan en matemática, geometría, trigonometría, física, informática; etcétera. Ej. Utilización de un algoritmo adecuado.
- Estrategias Lúdicas: Combinando la experiencia profesional con lo presentado por Tanya Cañizales (2008) una estrategia lúdica es un conjunto de actividades de carácter participativa y dialógica impulsadas por el uso creativo y consistente, de técnicas, ejercicios y juegos didácticos que pueden ser realizados con lápiz y papel, en forma grupal o individual.

2.2.1 Bruner, Ausubel y Piaget

Una de las principales estrategias que propone el constructivismo es el aprendizaje por descubrimiento, siendo Bruner uno de sus mayores exponentes. Su principal preocupación es inducir una participación activa del estudiante. En cuanto al crecimiento intelectual considera que depende del dominio de ciertas técnicas, en el que intervienen factores como la maduración en el desarrollo del individuo y la integración, que consiste en utilizar la información de varias unidades para resolver problemas.

Bruner opina que si en Matemática se pretende enseñar a los niños con una lógica que no es la suya solo se conseguirá que memoricen los conceptos sin entender la relación y sin darle sentido a los conceptos presentados.

Dice que los niños pueden aprender los conceptos si se les brinda la posibilidad de manipular los materiales a utilizarse, y que un entrenamiento temprano y riguroso en las operaciones lógicas básicas de la matemática y las ciencias permite que su aprendizaje posterior sea más fácil. Piensa que si enseñamos a los niños cualquier tipo de habilidad en el lenguaje del nivel de desarrollo que ellos poseen, serán perfectamente capaces de aprenderlo.

Las respuestas que se deben esperar del alumno deben estar en relación con su desarrollo cognitivo, debe mencionar las relaciones entre lo aprendido y otros conceptos o contextos, y se debe verificar la aplicación de los conocimientos adquiridos en una nueva situación, lo que para Bruner es el punto más importante y el objetivo principal de la instrucción.

“En resumen, los motivos para el aprendizaje deben dejar de ser pasivos. Deben provocar en lo posible el interés por lo que debe aprenderse, de un modo amplio y diversificado...” (Urquizo Alcívar, 2002, pag.26).

Para Ausubel la preocupación primordial es el aprendizaje significativo, es decir el aprendizaje en el que un contenido tenga “sentido” y no sea solamente la memorización o repetición de palabras, sílabas, hechos, etc., pues según él, la información aprendida tiene más posibilidad de ser memorizada cuando se relaciona con información existente en la cabeza del aprendiz, y esto debería mejorar la eficacia del aprendizaje y su posterior transferencia.

Díaz & Hernández (2010) manifiestan que, de acuerdo con Ausubel, se deben distinguir dos dimensiones en las que ocurre el aprendizaje:

- Modo en el que se adquiere el conocimiento, donde tenemos aprendizaje por recepción y descubrimiento.
- Forma en que se incorpora el conocimiento en la estructura cognitiva del aprendiz, donde tenemos aprendizaje por repetición y significativo.

En ambos enfoques el estudiante debe tener una participación activa en el proceso educativo, debe tener significado aquello que va a aprender lo cual está en concordancia con lo que se pretende con la propuesta aplicada en la presente investigación.

Otro de los más importantes exponentes del constructivismo es Piaget, quien, a su vez, según expone Carretero (2014, p.37) le dio al pensamiento formal esa denominación y procuró describirlo exhaustivamente a través de su teoría.

Pone énfasis en que el desarrollo de la inteligencia de los niños es una adaptación del individuo al ambiente o al mundo que lo rodea y que se produce a través de un proceso de maduración que incluye lo que se llama aprendizaje.

Para Piaget la educación debe ser planeada para que el estudiante pueda manipular los objetos de su ambiente hasta que pueda hacer inferencias lógicas internamente y desarrolle nuevos esquemas y nuevas estructuras.

Castro, Rico y Castro (1996, p. 47) afirman que Piaget consideraba que los conceptos matemáticos tienen su origen en los actos que el niño lleva a cabo con los objetos y no en los objetos mismos.

Al respecto Moreno y Waldegg (2001), manifiestan:

> Para Piaget (y, en esencia, para todos los constructivistas), el sujeto se acerca al objeto de conocimiento dotado de ciertas estructuras intelectuales que le permiten “ver” al objeto de cierta manera y extraer de él cierta información, misma que es asimilada por dichas estructuras. La nueva información produce modificaciones —acomodaciones— en las estructuras intelectuales, de tal manera que cuando el sujeto se acerca nuevamente al objeto lo “ve” de manera distinta a como lo había visto originalmente y es otra la información que ahora le es relevante. Sus observaciones se modifican sucesivamente conforme lo hacen sus estructuras cognoscitivas, construyéndose así el conocimiento sobre el objeto. (p. 57)

Desde el punto de vista de Piaget, el niño se desarrolla a través de determinados estadios, descrito por Labinowicz(1998) de la siguiente manera:

- Sensomotriz: Del nacimiento hasta los dos años, se caracteriza por la coordinación de movimientos físicos, pre representacional y pre verbal.
- Preoperatorio: De 2 a 7 años, se caracteriza por la habilidad para representarse la acción mediante el pensamiento y el lenguaje, es una etapa pre lógica.
- Operaciones concretas: De 7 a 11 años, se caracteriza por el pensamiento lógico pero limitado a la realidad física.
- Operaciones formales: De 11 a 15 años, se caracteriza por el pensamiento lógico, abstracto e ilimitado.

El estadio de interés para este trabajo es el de las operaciones formales, dadas las edades de la población (entre 14 y 17 años), para esta etapa según describe Carretero (2014, p.49) en la década de los 70 en su propia Escuela de Ginebra, Piaget rectificó su posición indicando que se llega al estadio de operaciones formales, si no es entre los 11 y 12 años o los 14 y 15 años, en todos los casos es entre los 15 y 20 años. Además, el autor describe las características funcionales de este estadio:

- Lo real como subconjunto de los posible:

El sujeto enfoca la resolución de un problema invocando las situaciones y relaciones causales que se puedan encontrar entre sus elementos, luego analiza lógicamente dichas relaciones confrontándolas con la realidad mediante la experimentación.

- Razonamiento hipotético-deductivo:

La forma en que los sujetos en este estadio conciben las relaciones es a través de las hipótesis, vistas como un instrumento intelectual: las cuales se someten a prueba y, cuando no se confirman, se desechan. Esta capacidad se puede extender a varias hipótesis. Para comprobar aplican un razonamiento deductivo que les permite conocer las consecuencias verdaderas y exactas de las acciones realizadas. De esta forma, no sólo conciben hipótesis o explicaciones posibles de los problemas, sino que además las manejan y seleccionan al comprobarlas sistemáticamente y someter los resultados a un análisis deductivo. En este análisis, el "esquema de control de variables" tiene un papel muy importante, pues mantiene constantes todos los factores de un problema menos uno, que es el que se varía.

El manejo de hipótesis por parte de los adolescentes se concreta, según Inhelder y Piaget, en tres etapas:

1) Eliminación de las hipótesis admitidas hasta entonces: Consiste en descartar las más simples, mediante la simple evocación verbal o mental de contraejemplos que no necesitan ser demostrados en la práctica, en cambio las hipótesis que atraen más la consideración del sujeto son comprobadas por medio de una verificación en la práctica.

2) Construcción de nuevas hipótesis: Lo que se logra a partir de la mejora de la comprensión de las nociones implicadas en el problema, así como de la capacidad de usar elementos posibles procedentes de las abstracciones realizadas y no de la información dada.

3) Verificación de la nueva hipótesis: Se realiza mediante el análisis sistemático de todas las combinaciones posibles de las variables que influyen en el problema, también del elemento o los elementos posibles introducidos.

- Razonamiento proposicional

Los sujetos no sólo expresan las hipótesis mediante afirmaciones o enunciados, sino que razonan sobre ellas utilizando para ello una vez más un proceso deductivo. En este estadio se convierten las operaciones directas o de primer orden en proposiciones abstractas operando sobre ellas.

Todas las características descritas son necesarias para que un sujeto resuelva una tarea.

Por lo tanto, para este trabajo se consideran como estrategias didácticas cognitivas a procedimientos y actividades favorecedoras al aprendizaje que se eligen con el propósito de facilitar la utilización de sus conocimientos en la resolución de problemas de razonamiento matemático, además se asume una postura constructivista dado que entre sus postulados se encuentra la existencia y prevalencia de procesos activos donde el estudiante es un sujeto cognitivo que aporta a la construcción de su conocimiento y la función del docente es organizar los procesos de construcción, lo que se plantea con la planificación de las actividades propuestas en el programa de aplicación de estrategias didácticas cognitivas.

2.2 Razonamiento Matemático

2.2.1. Conceptualizaciones

Algunos creen que el razonamiento es algo exclusivo para las clases de matemática, cuando en realidad los procesos de razonamiento son consustanciales al pensamiento; permiten ampliar el conocimiento del mundo e ir más allá de la experiencia (Tapia, 1992, p. 187)

Por otro lado (Pizarro, 1995, p. 6) considera que para dar respuestas atinadas o comportarnos de manera coherentes y provechosas es necesario analizar, razonar y juzgar las situaciones que pueden llegar a ser variadas y complejas. Lo cual “exige desarrollar nuestras ideas y opiniones, saber defenderlas y argumentarlas. También exige entender las que otros proponen, saber analizarlas y valorarlas. Y en todo ello está comprometida nuestra capacidad de razonar"

Ruiz (2006, p.21), menciona: "El razonamiento es una operación lógica mediante la cual, partiendo de uno o más juicios, se deriva la validez, la posibilidad o la falsedad de otro juicio distinto". El razonamiento matemático es el razonamiento aplicado a sistemas matemáticos. (Martínez, M. y Guirado, A. (2012)).

En cuanto a la estructura del razonamiento podemos indicar que consiste en las premisas, la conclusión y el nexo lógico entre ellos.

> La ilación lógica de las premisas a la conclusión se llama "inferencia". El razonamiento es uno de los procesos cognitivos básicos por medio del cual utilizamos y aplicamos nuestro conocimiento. Sin la posibilidad de hacer inferencias, el sistema de procesamiento humano se vería obligado a depender de un conocimiento específico y exacto para cada una de las situaciones con las que se encuentra (Iriarte, Espeleta, Zapata, Cortina, Zambrano y Fernández, 2010, p. 42).

2.2.2 El razonamiento y el pensamiento

El pensamiento es sin duda alguna la actividad mental más importante del ser humano, gracias a él es posible manejar símbolos, conceptos y emplearlos en situaciones nuevas y diversas. Para realizar cualquier acción estamos obligados a pensar.

De acuerdo a Castro et. al. (1996, p.46) el pensamiento matemático es el pensamiento que presenta las siguientes características:

- Es abstracto y estudia relaciones de tipo general
- Se expresa mediante un lenguaje formar
- Utiliza el razonamiento axiomático y hace uso de procedimientos lógicos

Afirman también que la matemática ayuda a desarrollar dos tipos de pensamiento:

- El pensamiento relacional, que hace énfasis en la construcción, descripción y clasificación de relaciones.
- El pensamiento instrumental que abarca los cálculos, aplicación de algoritmos y resolución de problemas.

Los psicólogos al estudiar el pensamiento que se produce con el uso de la matemática, toman en cuenta el proceso y no el producto, lo cual es importante en educación. Mencionan además la forma de clasificar el pensamiento de acuerdo a Dienes, quien lo clasifica en:

- Pensamiento Analítico: Donde los individuos utilizan a la lógica para formar conceptos
- Pensamiento Constructivo: Donde el sujeto adquiere una percepción intuitiva de algo que no está totalmente entendido, y esa intuición se activa por medio del razonamiento lógico, siendo éste último el que se desarrolla antes que el analítico

En cuanto a la importancia del pensamiento matemático en la formación de los estudiantes, Gutiérrez, Martínez y Nebrera (2008, p. 16) manifiestan:

> El desarrollo del pensamiento matemático hace posible una mejor comprensión y una descripción más ajustada del entorno:
>
> • El desarrollo de la visualización (concepción espacial), mejora la capacidad del alumnado para hacer construcciones y manipular mentalmente figuras en el plano y en el espacio, lo que les será de gran utilidad para el empleo de mapas, planificación de rutas, diseño de planos, elaboración de dibujos, etc.
>
> • A través de la medida se logra un mejor conocimiento de la realidad y se aumentan las posibilidades de interactuar con ella y de transmitir informaciones cada vez más precisas sobre aspectos cuantificables del entorno.

> La destreza en la utilización de representaciones gráficas para interpretar la información aporta una herramienta muy valiosa para conocer y analizar mejor la realidad.
>
> La modelización exige identificar y seleccionar las características relevantes de una situación real, representarla simbólicamente y determinar pautas de comportamiento, regularidades e invariantes, a partir de las que poder hacer predicciones sobre la evolución, la precisión y las limitaciones del modelo.

Sin duda alguna la Matemática da un aporte importante en el fortalecimiento del razonamiento, y en el Ecuador, el Ministerio de Educación (2016), en el documento del Currículo de EGB (Educación General Básica) y BGU(Bachillerato General Unificado) en cuanto al área de Matemática, se refiere a la contribución de la Matemática en el perfil de salida del bachiller en los siguientes términos:

> El conocimiento de la Matemática fortalece la capacidad de razonar, abstraer, analizar, discrepar, decidir, sistematizar y resolver problemas. El desarrollo de estas destrezas a lo largo de la vida escolar permite al estudiante entender lo que significa buscar la verdad y la justicia, y comprender lo que implica vivir en una sociedad democrática, equitativa e inclusiva, para así actuar con ética, integridad y honestidad. Se busca formar estudiantes respetuosos y responsables en el aula, con ellos mismos, con sus compañeros y con sus profesores; y en sociedad, con la gente y el medio que los rodea. (p. 51).

En el mismo documento mencionado del Ministerio de Educación del Ecuador, entre los fundamentos epistemológicos y pedagógicos del currículo en Matemática, se menciona a los siguientes procesos matemáticos que favorecen a la metacognición:

> Resolución de problemas que impliquen exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas. La resolución de problemas no es solo uno de los fines de la enseñanza de la Matemática, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje. Los estudiantes

deberán tener las oportunidades de plantear, explorar y resolver problemas que requieran un esfuerzo significativo. (p.53).

Justificación, que supone realizar distintos tipos de argumentaciones inductivas, deductivas, etc. El razonamiento y la demostración son esenciales para el conocimiento matemático, pues mediante la exploración de fenómenos, la formulación de conjeturas matemáticas y la justificación de resultados sobre distintos contenidos y diferentes niveles de complejidad es posible apreciar el sentido de la Matemática. Razonar matemáticamente debe ser un hábito que se desarrolle con un uso consistente en diversos contextos. (p. 54)

Por otro lado, se mencionan también los objetivos generales del área de Matemática al finalizar la escolarización obligatoria, y entre ellos los referentes al tema tratado son:

O.M.5.1. Proponer soluciones creativas a situaciones concretas de la realidad nacional y mundial mediante la aplicación de las operaciones básicas de los diferentes conjuntos numéricos, y el uso de modelos funcionales, algoritmos apropiados, estrategias y métodos formales y no formales de razonamiento matemático, que lleven a juzgar con responsabilidad la validez de procedimientos y los resultados en un contexto.

O.M.5.2. Producir, comunicar y generalizar información, de manera escrita, verbal, simbólica, gráfica y/o tecnológica, mediante la aplicación de conocimientos matemáticos y el manejo organizado, responsable y honesto de las fuentes de datos, para así comprender otras disciplinas, entender las necesidades y potencialidades de nuestro país, y tomar decisiones con responsabilidad social.

O.M.5.3. Desarrollar estrategias individuales y grupales que permitan un cálculo mental y escrito, exacto o estimado; y la capacidad de interpretación y solución de situaciones problémicas del medio.

> O.M.5.4. Valorar el empleo de las TIC para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentando la pertinencia de los métodos utilizados y juzgando la validez de los resultados.
>
> O.M.5.5. Valorar, sobre la base de un pensamiento crítico, creativo, reflexivo y lógico, la vinculación de los conocimientos matemáticos con los de otras disciplinas científicas y los saberes ancestrales, para así plantear soluciones a problemas de la realidad y contribuir al desarrollo del entorno social, natural y cultural.
>
> O.M.5.6. Desarrollar la curiosidad y la creatividad a través del uso de herramientas matemáticas al momento de enfrentar y solucionar problemas de la realidad nacional, demostrando actitudes de orden, perseverancia y capacidades de investigación. (p.63)

Podemos observar que el razonamiento, la resolución de problemas, los cálculos mentales han sido considerados de gran importancia dentro de los objetivos y fundamentaciones del currículo en Matemática, tanto para la EGB como para el BGB que es el nivel al que se enfocó este trabajo. Esto ratifica la importancia de la propuesta que se presentará más adelante.

2.2.3 Inteligencia lógico matemática

Campbell, Campbell y Dickenson (2002) definen a la inteligencia lógico-matemática como aquella que "permite calcular, medir, evaluar proposiciones e hipótesis y efectuar operaciones mentales complejas" (p.12). Señalan que se basa en la capacidad para:

- Trabajar de manera adecuada con números
- Establecer relaciones entre ellos,
- Utilizar la lógica y el raciocinio.

Además, que incluye varios componentes:

- Cálculos matemáticos
- Pensamiento lógico
- Solución de problemas

- Razonamiento deductivo e inductivo
- Discernimiento de modelos y relaciones

Todas estas características permiten resolver problemas de diferentes maneras. Esta inteligencia, según lo manifiestan Paniagua y Vega (2006, p.136) , abarca tres campos amplios e interrelacionados: la matemática, las ciencias y la lógica. Aspectos que se desarrollan cuando los niños se confrontan con los objetos físicos, y termina con el entendimiento de las ideas abstractas, es así que, durante este proceso, las personas desarrollan una capacidad de discernir patrones lógicos o numéricos y de trabajar largas cadenas de razonamiento. Además los individuos que presentan esta inteligencia más desarrollada, presentan algunas de las siguientes características: les gusta experimentar, trabajar con números, hacer preguntas y explorar patrones y relaciones; son buenos para la matemática, razonamiento, para la lógica y la resolución de problemas; aprenden mejor categorizando, clasificando, estableciendo patrones y relaciones, así como realizando trabajos abstractos; poseen la sensibilidad y capacidad para discernir, razonar o relacionar números, y habilidad para sostener largas cadenas de razonamiento y establecer relaciones de causa-efecto.

2.2.4 Tipos de Razonamiento Matemático

El razonamiento se puede clasificar de varias formas, para el presente estudio se ha considerado la siguiente clasificación:

- Razonamiento numérico:

  Este tipo de razonamiento es uno de los más evaluados en las pruebas de ingreso de las Universidades y en especial en las pruebas de la SENESCYT. En el instructivo para rendir el examen de admisión de la Universidad Tecnológica Indoamérica, por ejemplo, se refieren al razonamiento numérico como la “Capacidad para comprender relaciones numéricas y razonar con material cuantitativo. Práctica de conocimientos y dominio del cálculo estrictamente mental” (p.7), además indica que en este razonamiento exige la comprensión de las relaciones numéricas en función de los conceptos.

Por otro lado Riart Vendrell (2011, p.80) lo define como "*la capacidad de manipular símbolos numéricos y de razonar con información y relaciones de* cantidad", además indica que es muy difícil lograr una buena capacidad de razonamiento numérico si en edades tempranas no ha tenido una buena orientación en las secuencias de tiempo y organización del espacio. Así mismo señala que los procesos de cálculo que son tan importantes para este proceso deben ser afianzados en los primeros año de vida de una persona.

- Razonamiento algebraico:

  Para Godino y Font (2003, p. 774) el razonamiento algebraico "implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas". Así mismo indican que este razonamiento ayuda a progresar en el uso del lenguaje y simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento matemático. Su desarrollo es vital para comprender ecuaciones, variables y funciones.

  Hernández (2013, p. 2), menciona que algunas de las dificultades que tienen los estudiantes con respecto al razonamiento algebraico y que se reflejan especialmente en el planteamiento de ecuaciones y la resolución de sistemas de ecuaciones tienen que ver con el hecho de que aprenden de memoria y en forma parcial una colección de reglas a y trucos a ser ejecutados sin que exista coherencia lógica o con muy poca conexión con su aprendizaje, además tienen dificultades para desarrollar una comprensión y adecuada manipulación del uso de letras. Así mismo manifiesta que el concepto de incógnita que es un paso importante para el aprendizaje del álgebra, es un proceso lento y a muy largo plazo y que requiere de dos procesos: generalización y simbolización.

  Los problemas que se utilizan para evaluar este razonamiento son aquellos para cuya solución es necesario la transformación de lenguaje natural a algebraico o viceversa y utiliza para su resolución el planteamiento de ecuaciones, sistemas de ecuaciones, factorización entre otros procesos algebraicos.

- Razonamiento lógico:

  El razonamiento lógico es considerado una función primordial de la inteligencia humana, es un proceso de análisis diferenciador y de síntesis globalizadora o clasificadora de la realidad presentada a través de la percepción.

  Es la forma del pensamiento mediante la cual, partiendo de uno o varios juicios verdaderos, denominados premisas, llegamos a una conclusión conforme a ciertas reglas de inferencia. (Barrio de la Puente, 2004, p.186).

  Serna y Flórez (2013, p. 7) presentan argumentos de la importancia del razonamiento lógico, de modo que sostienen que éste ayuda a desarrollar las habilidades de comunicación, puesto que de la forma cómo se expresa una persona depende que otros comprendan la solución que describe, además beneficia para que las ideas se presenten a través de argumentos bien construidos, sistematizados y razonados; también mejora el poder de persuasión, pues es necesario aprender a construir y defender los puntos de vista propios e indicar con firmeza por qué se los consideran como la mejor alternativa; a la par fortalece las habilidades de escritura, mediante la realización de escritura interpretativa y argumentativa, retratando detalles de ejemplos concretos. Afirman también que tanto la lógica como el razonamiento son necesarios en los procesos mentales que se utilizan para resolver problemas.

- Razonamiento inductivo:

  El razonamiento inductivo se puede definir como la capacidad de desarrollar reglas, ideas o conceptos generales a partir de grupos específicos de ejemplos. (Iriarte et al., 2010, p.42).

Cattaneo, Lagreca, González y Buschiazzo (2015, p.32) manifiestan que se caracteriza “por obtener conclusiones generales a partir de observaciones repetidas de ejemplos particulares”, dichas conclusiones reciben el nombre de conjeturas y deben ser demostradas a partir del razonamiento deductivo, en este sentido se puede ver al razonamiento inductivo como soporte del razonamiento deductivo.

Para Mellado y Huerta (2009, p.4) el razonamiento inductivo “es desarrollo de reglas, ideas o conceptos generales a partir de grupos específicos de ejemplos”. En general se requiere para resolver problemas donde es necesario obtener generalizaciones a partir de datos particulares. En este grupo serán considerados los problemas de series, patrones numéricos o gráficos.

Castro, Cañadas y Molina (2010, p.57) señalan las siguientes fases en el trabajo con el razonamiento inductivo:

- Trabajo con casos particulares: Se refiere casos concretos o ejemplos con los que se inicia el proceso, usualmente son sencillos y fácilmente observables.
- Organización de casos particulares: Se de disponer los datos obtenidos de manera que ayude a la percepción de patrones, ya sea en una tabla, en filas y columnas, con algún orden.
- Identificación de patrones: Identificar un patrón, o pauta, es buscar lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse.
- Formulación de conjeturas: Una conjetura se entiende como una proposición que se supone verdadera pero que no ha sido sometida a exploración. Dicha exploración puede dar como resultado su aceptación o su rechazo. Si se encuentra un ejemplo para el que la conjetura no es válida, ésta se rechaza.
- Justificación de las conjeturas: Se refiere a toda razón dada para convencer de la verdad de una afirmación. Suele hablarse de justificaciones empíricas y deductivas.

- Generalización: En esta fase la conjetura se expresa de tal manera que se refiera a todos los casos de una clase determinada. Implica la extensión del razonamiento más allá de los casos particulares considerados.
- Demostración: Es el proceso de validación formal que no deja lugar a dudas sobre la validez de la conjetura que se trata de probar y que la determina inequívocamente.

Para evaluar este razonamiento se utilizan por ejemplo patrones para que los estudiantes realicen generalizaciones en base a la observación de las relaciones existentes.

En el presente estudio se entenderá al razonamiento matemático como el razonamiento aplicado a la resolución de problemas matemáticos relacionados con procesos numéricos, algebraicos, lógicos e inductivos.

2.2.5 Problemas Matemáticos

Dado que el razonamiento matemático es la base para la resolución de problemas matemáticos, es necesario presentar criterios relevantes en este tema.

Existen varias definiciones de lo que es un problema matemático, al respecto para Wheathey y Kantowski (citados en J. Fernández, 2010) “es una situación que no sabes hacer cuando se te presenta “, por otro lado, “un problema se considera como tal para un sujeto, cuando este sujeto es consciente de lo que hay que hacer, sin saber, en principio, cómo hacerlo”

Vemos que en los dos puntos de vista coinciden en que un problema es algo que no se sabe cómo hacer en principio, pero luego a través de la aplicación de estrategias, razonamiento, cálculos etc, se puede resolver.

Por otra parte Pérez (2014) hace la siguiente distinción entre problema y ejercicio: “Un problema se diferenciaría de un ejercicio en que, en este último caso, disponemos de mecanismos que nos llevan de forma inmediata a la solución” (p.201), en este sentido es probable que una misma situación constituya un problema para una persona mientras que para otra no.

Para resolver un problema, una persona requiere comprender qué se debe hacer, entender la información disponible para buscar la solución y seleccionar estrategias adecuadas que en base a la información disponible le permita llegar a la solución; pero para ello se apoya en el análisis y el razonamiento.

2.2.6 Resolución de problemas y razonamiento

Cuando de resolver problemas se trata es necesario comprender que no existen reglas generales que guíen a la solución de cualquier problema, más bien se trata de habilidades y estrategias específicas; es decir que, aunque existan ciertas guías como el método de Pólya, solamente proporcionan un esquema general que es necesario llenar de acuerdo a cada situación.

Se entiende por lo tanto que la eficiencia en la solución de problemas depende mucho de la disponibilidad y la activación de conocimientos conceptuales adecuados, lo que indica que existiría una estrecha vinculación entre el dominio de habilidades procedimentales y la adquisición de un conocimiento conceptual. (Pérez,2014, p.213-214). A pesar de este hecho, se distinguen las siguientes fases en la resolución de problemas:

1) Querer: Si el estudiante no muestra voluntad para resolver los problemas las demás fases se irán debilitando y los resultados se verán minimizados.
2) Comprensión: Es importante que el estudiante se plantee en este punto interrogantes como: ¿Qué datos tengo? ¿Qué me piden? ¿A dónde tengo que llegar?

3) Formulación de ideas: Antes incluso de concebir un plan es necesario que se formulen ideas que se infieren de los datos del problema.
4) Investigar: Se deben potenciar la generación de ideas del estudiante, no del profesor, tratando de desarrollar la creatividad, razonamiento, memoria, flexibilidad, reversibilidad del pensamiento, iniciativa y aplicación de conocimientos.
5) Comunicación: El estudiante comunica sus estrategias, ideas a través de un diálogo de contrastación del proceso donde sustente su postura, acepte refutaciones en caso de haberlas y valorando la creatividad, autonomía e inventiva y no tanto el acierto en la comunicación.
6) Conclusiones: En esta fase el estudiante considera su proceso de resolución y las observaciones acumuladas en la fase anterior. Busca conocer el por qué de sus aciertos o errores, las falacias de su razonamiento, los métodos utilizados por sus compañeros que se mostraron válidos para la solución del problema. Esta fase requiere que el estudiante aprenda a ser tolerante, respetuoso, honesto dando importancia a la colaboración y asimilación de técnicas por lo que la fase de comunicación es verdaderamente importante para ésta.

Sin embargo, aun cuando se cuente con ciertas estrategias surgen dificultades en la resolución de problemas, por ejemplo, para Cattaneo et al. (2015, p.48) las dificultades se refieren a la incapacidad de los estudiantes para comprender consignas o enunciados, y realiza algunas sugerencias para tratar de minimizar las dificultades respecto a la comprensión de los enunciados:

- La lectura del problema debe ser hecha por el estudiante pues si lo hace el profesor puede inconscientemente marcar los desafíos que se propone en el problema.
- Los enunciados deben ser redactados claramente, con oraciones breves y usando correctamente los signos de puntuación.
- Utilizar un vocabulario preciso en los enunciados.
- Una exposición oral de los posibles caminos pensados por los estudiantes para resolver el problema puede ayudar a los otros a comprenderlo mejor.

Además, considera que otros aspectos relevantes para que los estudiantes sean competentes en la resolución de problemas, son:

- Trabajo autónomo: Entendido como una actividad que despierta el interés en los estudiantes y les permite buscar estrategias libremente.
- Enseñanza de estrategias: Se refiere a proponer caminos, procesos para resolver problemas y se practique en la resolución de problemas.
- Los temas sobre los que versarán los problemas: Consiste en el trabajo áulico donde se debe abordar los contenidos matemáticos sobre los que se enunciarán los problemas.

En cambio, Fernández (2010, p.54) algunas dificultades en la resolución de problemas son:

- Falta de comprensión del problema, sea porque no conocen el vocabulario o la situación planteada no es familiar.
- Estrategias de resolución incorrectas, por no comprender la conexión entre los datos y la pregunta o por aplicar operaciones al azar con el fin de llegar a una respuesta sea cual sea.

Señala también, que el gusto por la resolución de problemas no se da por la permisividad de todo lo que se le ocurra al estudiante, ni por la facilidad del planteamiento de la situación expuesta, sino que:

> El verdadero placer surge con el éxito cuando se ha tomado conciencia, en el camino de su conquista, tanto de los aciertos como de los errores. En el aspecto formativo de la matemática el éxito no consiste en llegar a un resultado, sino en establecer una dinámica de relaciones lógicas en torno a unos elementos diferenciados y claramente definidos. Si el alumno considera que el ⟨⟨bien⟩⟩ se consigue llegando a un resultado, se frustrará cuando no pueda llegar, o inventará uno cualquiera con el único fin de hacer ver a los demás que él también quiere obtener el ⟨⟨bien⟩⟩. La difícil tarea de

> conseguir que el alumno disfrute de sus errores haciéndolos conocimiento es una arte que hay que dominar. (p. 32-33).

Se puede observar que los dos autores coinciden en cuanto a la comprensión de los problemas como una de las dificultades para su resolución, además el criterio de la autonomía sustenta las actividades que en el programa de estrategias didácticas cognitivas se plantean cuando se trabaja con problemas incompletos, pues estas actividades le permiten al estudiante libertad de buscar enunciados, preguntas, datos, entre otros.

2.2.7 Resolución de problemas y cognición

En este apartado hablaremos sobre algunos aspectos cognitivos necesarios para la resolución de problemas. En este punto es importante recalcar lo que manifiesta Fernández (2010, p.36) cuando afirma que "la adquisición de conocimientos se hace más sólida de forma razonada que de forma memorística", pero explica que no se debe dejar de lado la memoria por ser un elemento importante de la inteligencia. Así mismo, indica que para lograr mejores resultados se debería cambiar el orden Enunciar-Memorizar-Comprender por Comprender-Enunciar-Memorizar. Se refiere también a la atención entendida como la capacidad de orientación y concentración hacia una actividad dada, la cual aumenta si el sujeto actúa con gusto y tranquilidad o disminuye cuando existe tensión en el sujeto, cuando un estudiante fija su atención en los resultados sin considerar el proceso puede obviar procesos importantes como pensar, percibir y observar. Afirma que la atención eleva la eficacia de la actividad intelectual, ayuda a los procesos de pensamiento, análisis y generalización.

Lo mencionado está en concordancia con lo expresado por Parra (2001) al referirse al proceso de resolución de problemas:

> Consistentemente con esto, las acciones del maestro deberían encaminarse a, primero, asegurarse de que el problema ha sido comprendido por los alumnos antes de que éstos procedan a la resolución, discutiendo las palabras del texto que eventualmente causen

dificultades; luego, durante la resolución, observar el trabajo de los alumnos e interrogarlos para identificar las dificultades que enfrentan, animarlos a desarrollar una o varias estrategias y, si es necesario, hacerles alguna sugerencia. Una vez que los alumnos han obtenido una solución, discutir las diferentes estrategias utilizadas, aun cuando no hayan conducido a una solución correcta; si es posible, relacionar el problema con otros resueltos anteriormente y/o discutir posibles extensiones de él.

De estos dos puntos se infiere que los objetivos perseguidos al crear un buen ambiente son:

- lograr la buena disposición del alumno frente a la tarea de resolver un problema;
- la perseverancia al intentar la resolución y
- la selección de una estrategia para llevar a cabo la resolución aun cuando la estrategia seleccionada no conduzca a una resolución correcta. (p. 19-20)

2.3 Programa de Estrategias didácticas cognitivas

Dada la importancia del desarrollo del razonamiento matemático en la formación del pensamiento de una persona y frente a la necesidad que los estudiantes de bachillerato tienen para rendir las evaluaciones que han establecido los organismos rectores de la educación básica y bachillerato así como las exigencias de los organismos que regulan la educación superior , se presenta una propuesta de un programa de estrategias didácticas cognitivas que integra no sólo la parte conceptual sino también ejemplos y recomendaciones de manera que se constituya en una herramienta útil dentro de la actividad docentes de los profesores de Matemática de Bachillerato y de educación básica ya que los lineamientos generales pueden adaptarse sin problemas a ese nivel.

2.3.1 Objetivos

- Seleccionar estrategias didácticas cognitivas que ayuden a mejorar el razonamiento matemático de los estudiantes de bachillerato
- Fundamentar teóricamente las estrategias didácticas cognitivas propuestas
- Ejemplificar la manera de aplicar las estrategias propuestas con las estudiantes en el aula de clase.

2.3.2 Fundamento Teórico del programa

Las estrategias didácticas cognitivas planteadas en este estudio corresponden a estrategias para aprender, estrategias para adquirir, estrategias para solucionar problemas y son:

2.3.2.1 Cálculos Mentales:

Uno de los problemas al que nos enfrentamos en los procesos educativos de la Matemática, es que, desde la masiva utilización de tecnología, existe resistencia de los estudiantes por realizar cálculos mentales.

En el trabajo de Gálvez et al. (2011, p. 10) se afirma que el cálculo mental perdió su papel primordial debido a la llegada de las calculadoras, las computadoras y los teléfonos celulares; sin embargo, hace notar la relevancia que tiene recobrarlo como una actividad cognitiva importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. De igual manera se manifiestan

Esto se ratifica, cuando como docentes, nos hemos encontrado en situaciones en las cuales para realizar simples operaciones aritméticas los estudiantes quieren recurrir al uso de la calculadora.

De acuerdo a varios autores es una destreza considerada socialmente útil dentro del desempeño de cualquier profesión, pues permite una mejor adaptación a las circunstancias del entorno. (De Castro Hernández, s/f, p.144).

Jiménez (2012, p.1) considera que "Una operación aritmética efectuada mentalmente no tiene, por lo general, una única vía de cálculo" eso nos hace entender que además de los estudiantes pueden desarrollar también la creatividad cuando hacen cálculos mentales pues deben buscar la mejor opción de acuerdo a sus habilidades. En este mismo sentido manifiestan Ribeiro, D., Valério, N. y Gomes, J. (2009, p.8) que el cálculo mental les da a los estudiantes la libertad para seguir enfoques propios, utilizar sus propias referencias numéricas y su propio grado de simplificación de los cálculos. Así miso recomiendan, como una de las estrategias que se puede utilizar para ayudar a realizarlos efectivamente, basarse en las propiedades de las operaciones aritméticas, seleccionando las más adecuadas.

Por otro lado, favorece la concentración y la atención, asimismo, contribuye a adquirir la comprensión, la agilidad y el sentido numérico. (Zumbado y Oviedo, 2012, p.1).

Así mismo en el trabajo de Valencia (2013, p.8) se ratifica esta afirmación pues expone que además de ayudar a mejorar en la ejecución de ejercicios aritméticos, contribuye a:

- La concepción y sentido del número por parte de los estudiantes
- Desarrollar capacidades intelectuales
- Favorecen a la concentración
- Proporcionan confianza en el cálculo aritmético

- Ayudan desarrolla la memoria
- El estudiante es más participativo.

Como desventajas, Fernández (2014, p.24) menciona:

- Dificultades para operar con números sencillos con rapidez
- Dificultades lógicas para entender secuencias numéricas
- Dificultades para entender problemas numérico-verbales
- Dificultades para seleccionar la estrategia que ayuden a obtener la respuesta final.

Por estar de acuerdo con estos criterios sobre las ventajas del cálculo mental, ya que se considera que son más las ventajas que las desventajas; se integró a la propuesta varias estrategias para realizar cálculos numéricos especialmente en lo que se refiere a operaciones con adición y multiplicación con el fin de favorecer la resolución de problemas matemáticos.

2.3.2.2 Estrategias para la resolución de problemas matemáticos

Se refieren a operaciones mentales que los estudiantes utilizan para pensar sobre la representación de los datos, con el fin de transformarlos en metas y encontrar la solución.(Jácome, Mercado, Palacio, y Suarez, 2014,p.14).

Fernández (2010) considera que la resolución de problemas es una necesidad práctica de adquisición de conocimientos y hábitos de pensamiento matemático.

Es importante que los estudiantes conozcan estrategias que les permitan resolver problemas, para ello, en esta propuesta, se plantearon las siguientes alternativas:

Timoteo (2010) propone los siguientes pasos:

- Leer y observar cuidadosamente la situación descrita y esforzarse por interpretar las preguntas que se plantean
- Tomar en cuenta que los datos necesarios para resolver los ejercicios se encuentran en ellos mismos, por tanto, se debe observar, deducir y razonar, no adivinar ni sacar conclusiones apresuradas.
- Cuando nos sentimos desorientados debemos calmarnos, empezar de nuevo e intentar plantear nuevas hipótesis y otras posibilidades

El Ministerio de Educación del Ecuador (2010), en su programa de Formación Continua del Magisterio Fiscal, en el área de Matemática sugiere el método de Pólya para la resolución de problemas. Este método tiene cuatro pasos:

- Comprender el problema: Donde se debe analizar cuál es la incógnita, cuáles son los datos, las condiciones, mirar si éstas últimas son suficientes para hallar la incógnita, si no hay redundancia ni contradicción.
- Concebir un plan: Relacionar el problema con otros semejantes que podrían dar una pauta de cómo resolverlo.
- Ejecución del plan: Comprobar cada uno de los pasos aplicados y verificar que sean correctos.
- Examinar la solución: Verificar el resultado, el razonamiento, ver si existe otra forma de obtener el resultado.

Al respecto de este proceso, específicamente para el punto concebir un plan, Miller, Heeren, y Hornsby (2006), sugieren las siguientes estrategias:

a) Elabore una tabla o un diagrama
b) Busque un patrón
c) Resuelva un problema similar pero más sencillo
d) Haga un bosquejo
e) Use el razonamiento inductivo
f) Redúzcalo a una ecuación y resuélvala
g) Si una fórmula es aplicable úsela
h) Trabaje de atrás hacia adelante

i) Aventure suposiciones y verifíquelas
j) Utilice el método de prueba y error
k) Use el sentido común
l) Si una respuesta parece obvia o imposible vea si no hay una trampa.

En el libro Desarrollo del pensamiento Tomo 3 (SENESCYT, 2012) utilizado en el Sistema Nacional de Nivelación y admisión, proponen seguir el siguiente procedimiento:

a. Lee cuidadosamente todo el problema
b. Lee parte por parte el problema y saca todos los datos del enunciado
c. Plantea las relaciones, operaciones y estrategias de solución que puedas a partir de los datos y de la interrogante del problema.
d. Formula la respuesta del problema.
e. Verifica el proceso y el producto.

Independientemente de la forma cómo los estudiantes quieran resolver un problema es necesario acordar con los estudiantes un proceso básico que se va a seguir durante las clases y que les ayude a identificar cada paso del proceso. Durante la ejecución de esta propuesta, el proceso acordado fue:

1) Leer cuidadosamente el problema, al menos 3 veces
2) De ser el caso realizar un dibujo, un gráfico o plantear los datos e incógnitas
3) Buscar relaciones, estrategias u operaciones que permitan hallar las incógnitas o responder a las preguntas planteadas.
4) Verificar la respuesta

En el caso de los docentes es importante también conocer estrategias que ayuden a los estudiantes a mejorar su desempeño en la resolución de problemas matemáticos, Para ello como parte de la propuesta presentamos el programa para facilitar el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, que según Fernández (2010, p.189) ayudará a los estudiantes a resolver cualquier problema matemático.

El mencionado programa consta de las siguientes fases:

Fase Cero: Lógica

En esta fase se debe procurar que el estudiante conozca la expresión formal de una implicación, transformar en condición una expresión, conocer las formas de inferir del antecedente o consecuente de una implicación, afirmar o negar distinguiendo su valor de verdad, argumentar o explicar mediante razonamientos, distinguir condiciones necesarias de otras necesarias y suficientes.

Fase Uno: Problemas sin número

En esta fase se pretende conseguir de los estudiantes una actitud positiva ante la resolución de problemas, desarrollando su creatividad, observación, intuición y razonamiento, ayudándolos a distinguir información importante y esencial de la accidental e innecesaria. Encontrando respuestas a las preguntas y argumentado el por qué lo son o no. Esta clase de situaciones permite al estudiante que se concentre en los procesos ayudándolo a desarrollar la observación.

Fase Dos: Problemas incompletos

Se pretende que el estudiante entienda que los datos son las informaciones que permitirán responder las preguntas utilizando cálculos para demostrar la validez del razonamiento.

Fase Tres: Enunciados sin pregunta.

Reafirmar lo conseguido en las fases anteriores y establecer relaciones lógicas entre la pregunta y el enunciado.

Fase Cuatro: Pregunta sin enunciado

Reafirmar lo conseguido en fases anteriores y romper estereotipos de asociación falsa entre determinadas preguntas y determinadas operaciones.

Fase Cinco: Proceso de Resolución

Reafirmar lo conseguido en fases anteriores y establecer una relación lógica entre el proceso de resolución, el enunciado y la pregunta de un problema.

Fase Seis: Solución de un problema

Reafirmar lo conseguido en fases anteriores y establecer una relación lógica entre la solución y: el proceso de resolución, el enunciado y la pregunta de un problema.

2.2.3.3 Creación de problemas:

Se considera de mucha importancia la creación de problemas pues los estudiantes deben estructurarlos a través del análisis, el razonamiento y la creatividad. Por otro lado "cuando un individuo se enfrenta a la tarea de inventar un problema, se ve obligado a pensar, a analizar críticamente el enunciado, a examinar los datos que este presenta y a manipular distintas estrategias de resolución que permitan obtener la solución de dicho problema". (Blanco, Gómez, y Claver, 2016, p.172).

Malaspina (2015, p. 3), considera que crear problemas forma parte de la reconstrucción de organizaciones matemáticas, en las que se consideran tipos de problemas y a éstos como parte del "saber-hacer" matemático.

Además, Fernández (2010, p.29) manifiesta que:

> Cuando permitimos que nuestros alumnos creen, inventando, no presentamos recetas operativas: formas de hacer con etapas, fases o subfases a las que se tengan que adaptar, sino que, desde la libertad de pensamiento, permitimos que descubran, si las hay, las etapas, fases o subfases que han necesitado para construir las ideas matemáticas que resuelven el problema.

Se coincide con estos criterios expuestos, en virtud de que al inventar problemas o ejercicios se pone de manifiesto verdadero nivel de comprensión de los contenidos, así como la creatividad de los estudiantes.

2.3.3 Descripción y ejemplificación de las estrategias

Con el fin de ayudar de una manera más adecuada al desarrollo del razonamiento matemático, consideramos que no es correcto simplemente iniciar con problemas matemáticos de razonamiento numérico, algebraico, lógico, inductivo o de cualquier otro que implique el uso del razonamiento, como se suele trabajar tradicionalmente, sino que es necesario cumplir con ciertas etapas previas que faciliten a los estudiantes la comprensión de los mismos. Para ello, describimos los procesos mencionados anteriormente, con la adaptación hecha del programa para facilitar el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos de José Antonio Fernández Bravo, descrito en la fundamentación teórica.

2.3.3.1 Actividades para ejercitar operaciones mentales:

El desarrollo de destrezas en cálculos mentales es muy importante, pero para tener mejores resultados se debe iniciar con un breve recuento de las principales operaciones con números enteros y fraccionarios.

Primero se debe iniciar con operaciones de sumas y restas de números enteros y fraccionarios.

Una forma divertida de hacerlo, es a través de la lúdica, utilizando por ejemplo cuadrados mágicos, es bien conocido que el primer ejemplo registrado de un cuadrado mágico apareció en China y le fue comunicado a los hombres por una tortuga del río Lo. (Boyer, 2010).

Este tipo de problemas ayudan a los estudiantes a desarrollar su razonamiento numérico, entendido como la capacidad de manipular símbolos numéricos y de razonar con información y relaciones de cantidad. (Riart Vendrell, 2011).

Un cuadrado mágico es definido por Vidal (2012, p.52) como:

la disposición de varios números distintos dispuestos en cuadro, con igual número de filas que de columnas, de tal modo que la suma de los números que se encuentran en cada fila, o la suma de los que se encuentran en cada columna, o la suma de los de ambas diagonales, tenga el mismo valor.

Para esta propuesta, se trabajó con cuadrados de 3x3, con números enteros, positivos y negativos.

Ejemplos:

a) Utilizando los números enteros de -4 a 4 ubicar en el cuadrado mágico de manera que la suma por filas, columnas y diagonales sea 0.(Elaboración propia)

Una posible solución: (porque los estudiantes podrían encontrar varias)

1	2	-3
-4	0	4
3	-2	-1

b) Utilizando números enteros de -32 a -24 ubicar en el cuadrado mágico de manera que la suma por filas, columnas y diagonales sea igual a -84.(Elaboración propia)

Una solución:

-25	-30	-29
-32	-28	-24
-27	-26	-31

c) Utilizando números enteros de -6 a 2 ubicar en el cuadrado mágico de manera que la suma por filas, columnas y diagonales sea igual a -6. (Elaboración propia)

Una solución:

1	-4	-3
-6	-2	2
-1	0	-5

En general, en un cuadrado mágico 3x3, se puede iniciar con cualquier número entero k; los números enteros utilizados serían desde k a k+8; la suma será: $\frac{3}{2}(2k+8)$ y una posible solución sería: (Urquizo Huilcapi y Urquizo Alcívar, 1999, p. 249).

k+7	k+2	k+3
k	k+4	k+8
k+5	k+6	k+1

Para preparar además el razonamiento algebraico, se puede utilizar la fórmula generalizada y solicitar a los estudiantes, por ejemplo:

- Si quiero utilizar los números enteros de 2 al 10, ¿cuál debe ser el valor de la suma por filas, columnas y diagonales para el cuadrado mágico?
- Si el primer número entero que quiero utilizar para llenar un cuadrado mágico 3x3 es -12; ¿cuál debe ser el último número, la suma y una solución?

También se puede entrenar en operaciones algébricas básicas, con la utilización de un tipo de matriz especial y su inversa. Obviamente este ejercicio resulta útil si los estudiantes ya conocen estos contenidos matemáticos es decir tienen significado en su estructura cognitiva. A esta matriz, Angel Urquizo Huilcapi(1998) la llamó "matriz Angélica" y la generalizó de la siguiente forma para una matriz cuadrada A de orden n≥2 que cumpla con las siguientes condiciones:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_2 & a_3 & . & . & a_n \\ b_2 & b_2 a_2 + 1 & b_2 a_3 & . & . & b_2 a_n \\ b_3 & b_3 a_2 & b_3 a_3 + 1 & . & . & b_3 a_n \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ b_n & b_n a_2 & b_n a_3 & . & . & b_n a_n + 1 \end{bmatrix} (1) \; ;$$

en ese caso la matriz inversa de A es:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 + \sum_{i=2}^{n} a_i b_i & -a_2 & -a_3 & . & . & -a_n \\ -b_2 & 1 & 0 & . & . & 0 \\ -b_3 & 0 & 1 & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ -b_n & 0 & 0 & . & . & 1 \end{bmatrix} (2)$$

El secreto de este tipo de matriz es colocar siempre como elemento (1,1) de la matriz el número 1. El uso de este tipo de ejercicios y de formas generalizadas ayuda no sólo al razonamiento numérico (por las operaciones algebraicas que requiere) sino también al inductivo y deductivo.

Ejemplo:

Vamos a trabajar con una matriz cuadrada de orden 3, se puede apreciar que la única condición para la matriz es que el elemento de la primera fila y la primera columna sea 1 y en el resto de la primera fila y de la primera columna va cualquier otro número, luego el resto de la matriz se llena de acuerdo a las condiciones dadas en (1):

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & -5 & 10 \\ -3 & 9 & -14 \end{bmatrix}$$

- Una primera fase con los estudiantes, es hacerles analizar si la matriz cumple con las mencionadas condiciones.
- Una segunda fase es ubicar valores sólo en la fila 1 y en la columna 1; y solicitar a los estudiantes llenar los valores del resto de la matriz.

Una vez que se ha reconocido que la matriz si cumple las condiciones para hallar mentalmente la matriz inversa; iniciamos el proceso siguiendo la matriz (2) y deberíamos llegar a:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -20 & 3 & -5 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En este punto se pueden aprovechar varios procesos para hacerlos mentalmente:

- Verificar que efectivamente es la matriz inversa, multiplicando las dos matrices
- Preguntando ¿cuál sería la inversa, si por ejemplo en la matriz B en el elemento (1,3) el valor fuera -5?

Y cualquier otra pregunta que el docente considere le ayuda a que realicen cálculos mentales. Para realizar cálculos mentales no se aconseja usar otro tipo de matrices de la cual para hallar la matriz inversa se deba utilizar procesos que no siempre son posibles sólo mentalmente.

Además de trabajar con enteros se puede trabajar también con números fraccionarios:

Ejemplo:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 2 \\ -\frac{2}{5} & \frac{7}{8} & -\frac{4}{5} \\ 1 & \frac{1}{3} & 3 \end{bmatrix}$$

Siguiendo el proceso descrito anteriormente se debería llegar a la matriz:

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{43}{15} & -\frac{1}{3} & -2 \\ \frac{2}{5} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Otra forma de ejercitar operaciones mentales, es un juego en el cual, el docente inicia con una operación como 5x9 luego un estudiante responde lo más rápido que pueda, a ese valor se va agregando sumas, restas, multiplicaciones o divisiones, pero la regla es que los siguientes estudiantes no deben repetir la respuesta, sino que deben estar atentos en la respuesta de su compañero, en caso de que fuera incorrecta se termina el juego y se inicia nuevamente.

Ejemplo: Vamos a suponer que tenemos en el aula a Juan, Mateo, María y Luisa y los vamos a hacer jugar en ese orden. El profesor inicia por ejemplo con “12 por 5” y se dirige a Juan, Juan debe responder 60 y el profesor se dirige a Mateo y le dice “dividido para 3”, Mateo debería decir 20, el profesor se dirige a María y le dice “más 57”, María debería decir 77, el profesor se dirige a Luisa y le dice “dividido para 11”. Si alguno se equivoca se inicia de nuevo. Este ejercicio se debería repetir varias veces, elevando cada vez la dificultad de las operaciones, haciendo participar a diferentes estudiantes en cada ronda hasta conseguir que todos los estudiantes participen.

Para la multiplicación, también se puede utilizar el proceso anterior, iniciar con números de una cifra, luego una cifra con 2 cifras, tres cifras con una cifra hasta el nivel que se considere adecuado. Para ello es importante recordar ciertas estrategias que faciliten la multiplicación:

a) Multiplicación por 5: Al número que se desea multiplicar por 5, se le agrega un cero a la derecha y al resultado se divide para 2. (Asociación Fondo de Investigadores y Editores, 2012, p. 140)
   Ejemplo: Multiplicar 232x5

   Se agrega un cero a la derecha de 232: 232<u>0</u> y este resultado se divide para 2: 2320/2 = 1160.

Se puede empezar haciendo en papel, pero poco a poco se debe pedirles hacerlo mentalmente nada más.

b) Multiplicación por 25: Al número que se desea multiplicar por 25, se le agrega dos ceros a la derecha y al resultado se divide para 4. (Asociación Fondo de Investigadores y Editores, 2012, p. 141)
Ejemplo: Multiplicar 45x25
Se agrega dos ceros a la derecha de 45: 4500 y se divide para 4; 4500/4=1125

c) Multiplicación por 11: Se conservan los números de los extremos y los números centrales se suman, si la suma supera a 10 se conservan las unidades y las decenas se suman a la cifra de la izquierda.
Ejemplo 1: Multiplicar 82x11;

Cifra de la izquierda	Suma de cifras	Cifra de la derecha
8	8+2= 10	2
8+1	0	2
9	0	2

Entonces 82x11 = 902

Ejemplo 2: 1234x11

Cifra de la izquierda	Suma de cifras	Suma de cifras	Suma de cifras	Cifra de la derecha
1	1+2	2+3=	3+4	4
1	3	5	7	4

1234x11 = 13574

d) Multiplicación rápida por 4: Doblar dos veces el número a multiplicar.
   Ejemplo: Multiplicar 72x4
   Doblamos una vez: 72x2= 144
   Doblamos la segunda vez: 144x2= 288

e) Multiplicación por números naturales formados solo por cifras 9: Para multiplicar un número natural por otro formado sólo por cifras 9, se debe aumentar al número tantos ceros como cifras 9 haya y al resultado le restamos el número original.
   Ejemplo 1: Multiplicar 34x9
   Aumentamos al 34 un cero: 340 y le restamos 34, así 340-34= 306
   Ejemplo 2: Multiplicar 581x99
   Aumentamos a los 581 dos ceros: 58100 y le restamos 581, es decir: 58100-581= 57519

2.3.3.2 Técnica de la visualización mental:

Esta técnica, consiste en visualizar mentalmente la operación a realizar tal y cual se la hace cuando se escribe en un papel o un pizarrón. Requiere mucha concentración y abstraer mentalmente los números y los pasos, haciéndolos en el menor tiempo posible. Esta técnica requiere un alto nivel de abstracción.

Debemos empezar con multiplicaciones sencillas y poco a poco incrementar la dificultad. Ejemplos:

- Multiplicar 21x4: Cerramos los ojos y nos imaginamos un pizarrón, en él escribimos los números tal y como lo haríamos en una hoja de papel, en la parte superior el 21 y en la inferior el 4, seguimos el proceso tal y cual lo hacemos en la hoja de papel: Primero multiplicamos 4x1, y recordamos la respuesta que es 4; luego multiplicamos 4x2 cuya respuesta es 8, el número se arma de izquierda a derecha poniendo juntos desde el último resultado al primero: o sea 84. A veces es necesario solicitar a los estudiantes sacar una hoja de papel y un lápiz, cerrar los ojos y tratar de hacerlo en el papel sin abrir los ojos. Luego de varios ejemplos ya no se usará el papel solamente la mente. Hay estudiantes que lo hacen rápido porque se saben de memoria las tablas de multiplicar incluso hasta la tabla del 20 o más, pero hay que explicarles que la idea de la actividad no es solamente la precisión de la respuesta sino lograr dominar la estrategia. Luego de varios ejemplos de un número de dos cifras por uno de una cifra sin llevadas, hacemos uno con llevadas.

- Multiplicar 36x5: Cerramos los ojos y nos imaginamos un pizarrón, ubicamos el 36 y debajo el 5 y procedemos de igual forma como lo haríamos en un papel: primero 5x6 la respuesta es 30, escribimos 0 y llevamos 3; luego 5x3 que es 15 y sumamos lo que llevábamos, 15+3 es 18. Armamos el número de izquierda a derecha y la respuesta es 180.
- Dependiendo del tiempo y del dominio de los estudiantes se puede intentar hacerlo con números de dos cifras por dos cifras.

Hay que tener cuidado porque si no se utiliza bien la estrategia puede desmotivar a los estudiantes en lugar de motivarlos a realizar operaciones mentales.

2.3.3.3 Técnica de descomposición de números:

Consiste en descomponer un número generalmente en la suma de cifras que resulten más fáciles para realizar las operaciones, esto es en unidades de mil, centenas, decenas, unidades. Ejemplos:

Sumar 540+780: En este caso, se puede descomponer el 540 como 500+40 o el 780 en 700+80. Vamos a descomponer el 780 (700+80), entonces sumamos 540+700 cuyo resultado es 1240 y luego sumamos más 80 que es 1320.

Para multiplicar números de dos cifras, la técnica de visualización podría ser bastante compleja por lo que se recomienda:

1) Utilizar la de descomposición para luego aplicar la propiedad distributiva. Ejemplo: 32 x 15 = 32 x (10+5) = 320 + 160 = 480. Es en esta parte del ejercicio donde los estudiantes comprenden porqué primero se deben practicar las operaciones mentales de sumas y restas y lo importante que puede resultar esta propiedad en la vida práctica.

2) Otra técnica para multiplicar dos números de dos cifras, es la siguiente: Se debe formar el número de derecha a izquierda como: el producto de las cifras de las unidades, luego se ubica el resultado de sumar los productos de las cifras de las unidades de un número por las decenas del otro y luego el producto de las decenas del número. En caso de en las operaciones obtenga más de 9, se escribe la cifra de las unidades y la de las decenas se suma a la siguiente operación.

Ejemplo 1: Multiplicar 21x23

Producto de las unidades: 1x3 = 3

Suma de los productos de las cifras de las unidades de un número por las decenas del otro: 2x3 + 1x2=8

Producto de las decenas: 2x2=4

Entonces 21x23 = 483

Ejemplo 2: 82x67

Producto de las unidades: 2x7 = 14, se escribe el 4 y se lleva 1

Suma de los productos de las cifras de las unidades de un número por las decenas del otro: 8x7 + 2x6 + 1= 56+12+1= 69; se escribe el 9 y se lleva 6

Producto de las decenas: 8x6 + 6 =54

Entonces 82x67 = 5494

Lo ideal es que este trabajo se lo haga en varias sesiones alternadas, durante todo el año escolar, pues como muchos otros procesos en la vida, si no se practica se olvida o se pierde la destreza.

2.3.3.4 Transformación de lenguaje natural a algebraico

Es muy importante que los estudiantes estén familiarizados con el lenguaje utilizado en los problemas matemáticos relacionados especialmente con la aplicación del algebra, donde deben ser capaces de transformar expresiones del lenguaje natural a lenguaje matemático de manera que se facilite el planteamiento de ecuaciones, sistemas de ecuaciones, inecuaciones etc.

Para ello, es importante que, así como se entrenan las operaciones mentales de los puntos anteriores, también se ejercite con este tipo de lenguaje. Para ello recomendamos:

Iniciar primero solicitando a los estudiantes obtener ciertos resultados, que inicialmente podemos hacer que los escriban, pero luego deben ser obtenidos mentalmente, por ejemplo:

- El doble de 4. Rpta 8
- La mitad de 12. Rpta. 6
- La cuarta parte de $\frac{1}{3}$. Rpta $\frac{1}{12}$
- El cuadrado de 5. Rpta. 25
- El 15 disminuido en 1. Rpta. 14
- Dos números enteros pares consecutivos. Infinitas respuestas por ejemplo 3 y 4.
- Dos enteros negativos impares consecutivos. Infinitas respuestas por ejemplo -2 y -1.
- El 19 aumentado 8. Rpta. 27
- El 100 disminuido en su mitad. Rpta. 50
- El -5 aumentado en 3. Rpta. -2
- El -12 disminuido en 5. Rpta -17 y otros ejercicios similares con números constantes.
- Un múltiplo de 4. Infinitas respuestas por ejemplo 8.
- Un número que divida a 10. Varias respuestas, por ejemplo 2.
- Un número entero entre -2 y 3. Varias respuestas, por ejemplo 0.
- Un número entero mayor que -8 y menor que -5. Varias respuestas, por ejemplo, -6

Posteriormente cuando se haya practicado bastante con números constantes, ir al siguiente nivel, pedirles expresar, por ejemplo:

- Un número cualquiera. Varias respuestas, ejemplo x

- La mita de un número cualquiera. Varias respuestas, ejemplo $\frac{x}{2}$
- El doble de un número cualquiera. Varias respuestas, ejemplo 2x
- Un número cualquiera disminuido en 5. Varias respuestas, ejemplo x-5
- Un número cualquiera aumentado en 10. Varias respuestas, ejemplo x+10
- Un número cualquiera disminuido en la tercera parte de su valor. Varias respuestas, ejemplo x- $\frac{x}{3}$
- El cuadrado de un número. Varias respuestas, ejemplo x^2
- El producto de la suma por la diferencia de dos números. Varias respuestas, ejemplo (x+y)(x-y)
- Dos números enteros cualesquiera consecutivos Varias respuestas, ejemplo x y x+1, y así otras expresiones comunes que se usan en los problemas de razonamiento numérico y algebraico.
- Un múltiplo de 5. Rpta. 5x

Constituye un error, pretender iniciar a los estudiantes en la resolución de problemas, especialmente de razonamiento numérico o algebraico sin estas prácticas previas, pues no estarán en condiciones de plantear o resolver correctamente los problemas.

Una vez realizados estos procesos de cálculo mental, pasamos a las siguientes fases donde es importante que el docente cree sus propios problemas los cuales pueden adaptarse al contexto en el que se desempeñe.

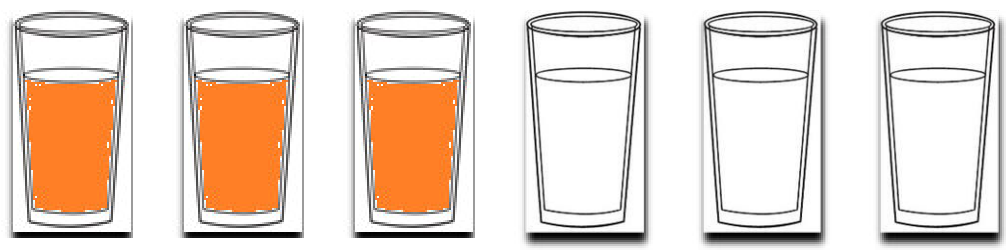
2.3.3.5 Problemas sin números:

En esta fase se presentarán a los estudiantes problemas cuyo enunciado no intervengan números en forma explícita o que requieran cálculos numéricos para hallar las soluciones, sino situaciones que para resolverse permitan a los estudiantes argumentar en base a un razonamiento.

Ejemplos:

1) Hay 3 vasos llenos de naranjada y a continuación tres vasos están vacíos puestos en fila, ¿cómo hacer para que los vasos queden alternativamente uno vacío y otro lleno con un solo movimiento? (OCEANO, 2004)

En este caso debemos iniciar por pedirles a los estudiantes que lean el problema, luego que realicen una gráfica de la situación, es mejor si se dibujan en tarjetas o papeles los 6 vasos:



1 2 3 4 5 6

Si cada estudiante tiene los papeles o tarjetas sobre su banca, dar un tiempo razonable de 5 minutos para que intenten hallar la solución.

Se espera que llegan a la conclusión de que, para cumplir con lo solicitado, se debe vaciar el contenido del vaso 2 en el vaso 5.

Quien lo logre, deberá pasar ante sus compañeros y explicar el proceso utilizado para la resolución del problema, paso a paso.

2) En un edificio de cuatro pisos viven un abogado(A), un electricista(E), un maestro(M) y un carpintero(C). Si se sabe que el electricista no vive en el último piso; que el maestro es vecino del carpintero y del electricista y que el carpintero es vecino del abogado ¿En qué piso vive cada uno? (Elaboración propia)

Se pide a cada estudiante lea el problema, dibuje la situación:

	Piso 4
	Piso 3
	Piso 2
	Piso 1

De igual forma se debe establecer un tiempo mínimo para que cada uno en su sitio intente hallar la solución.

Se espera que se llegue a la solución:

A	Piso 4
C	Piso 3
M	Piso 2
E	Piso 1

En caso de no lograrlo, no se les debe dar la solución, sino que se deben ir formulando preguntas que los guíe, por ejemplo ¿Puede el electricista vivir en el último piso?, sí o no y ¿por qué?; ¿podría el electricista vivir en el piso 3? sí o no y ¿por qué?, y así sucesivamente.

3) ¿Quién es la madre del hermano de mi tía? (Elaboración propia)

En este caso, luego de leer el problema y dar el tiempo pertinente, hay que hacer notar que para responder a la pregunta se debe analizar la información de derecha a izquierda; es decir iniciar por "hermano de mi tía", en este caso hay dos posibilidades, el hermano de mi tía es o mi papá o mi tío; luego la madre de mi papá o la madre de mi tío es mi abuela.

4) María, Luis y José compraron cada uno chocolates, si José compra el doble que María y Luis compra menos que José ¿Quién compró más chocolates? (Elaboración propia)

   Luego de leer el problema, brindar el tiempo pertinente, se espera que los estudiantes lleguen a la conclusión de que José compró más chocolates, pues si José compra el doble que María tiene más que ella, el otro dato dice que Luis compra menos que José; por tanto, también José compra más que Luis.

5) Otro tipo de actividad que puede ayudarnos en la etapa de preparación para la lógica es la utilización de paradojas, de tal manera que los estudiantes los analicen y puedan inferir y argumentar. Una paradoja es "algo que a primera vista parece ser falso pero que en realidad es cierto, o que parece ser cierto pero que en rigor es falso, o sencillamente que encierra en sí mismo contradicciones" (Russell citado en Tasenm, 2010, p.9). Al respecto presentamos 3 ejemplos tomados del texto de Vidal (2012):

> **a) El Barbero del pueblo**: Llegado a cierto pueblo un viajero curioso, ilustre investigador de las costumbres de los países que visitaba, interrogó al barbero sobre la marcha del negocio:
> - ¿Suelen ir afeitados los habitantes de este lugar?
> - De forma total, por fortuna mía- respondió el barbero -. Tanto, que le puedo asegurar que afeito a todos los hombres del pueblo. Exceptuando sólo como es natural, a los que se afeitan por sí mismos.
> Marchó de allí el viajero, pero no tan completamente informado como él creía. Porque no supo contestar a un amigo suyo, cuando éste le preguntó cómo resolvía el barbero la cuestión de su propia barba. En efecto, si no se afeitaba a sí mismo, debía pertenecer a la categoría de los que, por no afeitarse así, iban a que los afeitase el barbero. Y si así mismo se afeitaba, no era cierto que pertenecía a ese conjunto excepcional de los que no afeitaba en su barbería. (p.127)

b) El cretense mentiroso: Una paradoja, producida por la imprecisión del lenguaje, cuenta como Epimenides, un cretense, afirmaba que los cretenses eran embusteros. (p. 128)

c) **Una sabia decisión de Sancho Panza**: … Es, sin duda, el escrito de CERVANTES más profesionalmente considerado por los matemáticos, y se refiere a un episodio del gobierno de Sancho Panza en la ínsula Bataria. He aquí pues la cuestión que cierto día ofreció un forastero al juicio y sentencia de Sancho Gobernador.

—Señor, un caudaloso río dividía dos términos de un mismo señorío… Y esté vuesa merced atento, porque el caso es de importancia y algo dificultoso. Digo, pues, que sobre este río estaba un puente, y al cabo de ella una horca y una como casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban por la ley que puso el dueño del río, de la puente y del señorío, que era de esta manera: ⟨⟨ Si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero a dónde y a qué va; y si jurare verdad, déjenle pasar, y si dijera mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra, sin remisión alguna⟩⟩. Sabida esta ley y la rigurosa condición della, pasaban muchos, que luego de que juraban se echaba de ver que decían verdad, y los jueces los dejaban pasar libremente. Sucedió, pues, que tomando juramento a un hombre, juró y dijo, que para el juramento que hacía, *que iba a morir en aquella horca que allí estaba, y no a otra cosa*. Repararon los jueces en el juramento y dijeron: *Si a este hombre le dejamos pasar libremente, mintió en su juramento, y conforme a la ley debe morir; y habiendo jurado verdad, por la misma ley debe ser libre*⟩⟩. (p.129).

En este tipo de paradojas, se debe entablar con los estudiantes un proceso de análisis. En la paradoja a), se puede preguntar ¿Quién afeita al barbero?, si él se afeita así mismo sería parte del grupo que se exceptúa de ser afeitados por el barbero, si él no se afeita a sí mismo, sería parte de los que son afeitados por el barbero; entonces ¿qué concluimos?

En la paradoja b), si un cretense afirma que todos los cretenses son mentirosos, entonces él miente, por tanto, si miente, está diciendo la verdad; pero si dice la verdad ya no es cierto que todos los cretenses son mentirosos. Por tanto ¿miente o dice la verdad?

La paradoja c) es una oportunidad para explorar varias situaciones, por una parte, la pregunta es ¿Qué deben hacer los jueces? Si lo dejan pasar el hombre habría mentido y debía morir en la horca, si lo ahorcan el hombre habría dicho la verdad y por tanto debía ser dejado libre. Se puede terminar preguntando a los estudiantes ¿qué harían ustedes? Resulta interesante contarles lo que en el mismo texto se cuenta acerca de Sancho Panza quien manifiesta que se acordó que Don Quijote le dijo que cuando la justicia esté en duda debía acogerse a la misericordia.

Luego del análisis es importante hacer notar que el uso del lenguaje es muy importante al momento de comunicarnos o de plantear problemas, para evitar situaciones contradictorias como las descritas.

2.3.3.6 Problemas incompletos:

Se presentan al estudiante problemas en dónde no hay pregunta o falta algún dato, lo que se espera es que el estudiante pueda proponer diferentes preguntas para resolver el problema o completar los datos para llegar a una solución.

Ejemplos:

1) El lunes leí las 30 primeras páginas de un libro que empecé, el martes lo acabé. ¿Qué día leí más páginas de ese libro?

   En este caso luego de pedir que lean el problema, hay que preguntar si es posible hallar la solución; se espera que los estudiantes puedan argumentar que por ejemplo para solucionarlo deberíamos saber el número total de hojas del libro, luego pedir propongan un número total. Hacer preguntas como:

¿Cuál sería la respuesta si el número total de hojas fuera 45?

¿Cuál sería la respuesta si el número total de hojas fuera 80?

¿Cuál sería la respuesta si el número total de hojas fuera 25?

2) María José tiene una alcancía llena de billetes y Paulina tiene una alcancía llena de monedas. ¿Quién tiene más dinero? (Elaboración propia)

   Luego de leer el problema, los estudiantes deberán llegar a la conclusión de que nos faltan datos para poder responder a la pregunta.

   Se espera que ellos propongan los datos faltantes; por ejemplo: “El número de billetes es el mismo que de monedas; los billetes son de 1 dólar y las monedas de 50 centavos”

   Y luego en función de esto, hacer preguntas como:

   ¿Y si Paulina tuviera el doble de monedas que de billetes?

   ¿Y si María José tuviera sólo billetes de 5 dólares?

2.3.3.7 Enunciados sin preguntas:

Se presentan enunciados sin pregunta alguna y se espera que el estudiante pueda proponer posibles preguntas y en función a ello ir hallando las soluciones. Po ejemplo:

1) En un viñedo, ayer se recogieron 60 kilos de uva, hoy se recogió la mitad de lo que se logró ayer y mañana se espera recoger el triple de hoy. (Elaboración propia)

   Luego de leer, los estudiantes deberían notar que no hay una pregunta que responder, se debe pedir a los estudiantes que propongan preguntas y en función a ellas se halle la solución; por ejemplo:

¿Cuántos kilos de uva se espera recoger mañana?

¿Qué día se recogieron más kilos de uva?

¿Qué día se recogieron menos kilos de uva?

Si cada kilo se vende a 2 dólares, ¿cuántos kilos debería recoger mañana para recaudar 1000 dólares?

¿Cuál podría ser una pregunta para que el problema no tenga solución?

2) Un hombre en una carrera recorre 4 kilómetro a pie; en bicicleta 20 kilómetros más que a pie y en carro el doble de la distancia recorrida a pie y en bicicleta. (Elaboración propia)

Luego de leer el problema, como en el caso anterior no hay pregunta qué responder. Los estudiantes podrían plantear sus preguntas y el profesor guiar un poco la actividad con interrogantes como:

¿Qué debería preguntar si quiero que la respuesta sea 24 kilómetros?

¿Cuál sería la pregunta si quiero que la respuesta sea "en carro"?

3) La Catedral de Sevilla se comenzó a construir en el año 1402 y se terminó en el año 1519. Su planta es rectangular. La Catedral de Santiago de Compostela se construyó del año 1075 al año 1128.(Fernández, 2010, p. 64)

Plantee las preguntas, cuyas respuestas sean:

a) R=274 años
b) R= La Catedral de Santiago de Compostela
c) R=No se puede saber con los datos que se tiene

Presentamos la forma en que respondió una de las estudiantes, durante la investigación: (Ver anexo 14)

a) ¿Cuántos años después de haber terminado de construir la Catedral de Santiago de Compostela, se empezó a construir la Catedral de Sevilla?

1402-1128=274

R= 274 años

b) ¿Qué catedral se ha construido por menos tiempo?
   Catedral de Sevilla: 1519-1402=117
   Catedral de Santiago de Compostela: 1128-1075=53
   R=La Catedral de Santiago de Compostela
c) ¿Qué forma tiene la planta de la Catedral de Santiago de Compostela?
   R=No se puede saber con los datos que se tiene.

2.3.3.8 Pregunta sin enunciado.

En esta etapa se formulan preguntas sin enunciados, de manera que los estudiantes identifiquen la necesidad de tener datos para poder responder a una pregunta.
Ejemplos:

1) ¿Cuál cuesta más la Tablet o el teléfono? (Elaboración propia)

   Luego de que escuchen la pregunta, se debe permitir que sean los estudiantes quienes manifiesten su inquietud por no tener datos, o en algunos casos escucharlos decir “la tablet” o “el teléfono” a lo que debemos preguntarles ¿por qué? ¿cómo lo saben?
   Luego pedirles escribir el enunciado que creen podría servir para responder la pregunta.
   Del mismo modo utilizar interrogantes como:
   ¿Cuál sería el enunciado si quiero que la solución sea “la Tablet”?
   ¿Cuál sería el enunciado si quiero que la solución sea “el teléfono”?
   ¿Cuál sería el enunciado si quiero que la solución sea “ninguno”?

2) ¿Quién perdió más? (Elaboración propia)

   En este caso, la pregunta es aún más general, lo que nos permite establecer enunciados guiando el trabajo con preguntas como:
   ¿En qué clase de actividades se puede perder?

¿Cuál sería el enunciado si quiero hablar de 2 jugadores?

¿Cuál sería el enunciado si quiero hablar de 4 jugadores?

¿Cuál sería el enunciado si quiero que usted sea el jugador ganador?

2.3.3.9 Solución de problemas

Una vez culminadas las fases anteriores pasamos a la etapa de resolución de problemas, los cuales se pueden crear o tomar de la gran cantidad de textos de problemas y ejercicios que existen tanto en físico como en digital. Tradicionalmente, éste es el único paso que suele abordar cuando se trabaja con los estudiantes en cuanto a razonamiento, mientras que en la propuesta de este programa es uno de 10 pasos. Es necesario previamente, realizar una revisión teórica rápida de contenidos matemáticos tales como resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, sistemas de ecuaciones, operaciones básicas de la lógica, teoría de conjuntos, conocimientos básicos de geometría en cuanto a áreas y perímetros, reglas de tres, porcentajes, análisis combinatorio, entre otros, de acuerdo a la clase de ejercicios y problemas que se vaya a resolver.

2.3.3.9.1 Revisión teórica de contenidos matemáticos:

Para la aplicación de esta propuesta es necesario revisar brevemente a modo de repaso los siguientes contenidos matemáticos; pero, en caso de que no los conozcan los estudiantes habrá que hacer una revisión más detallada.

a) Lógica Enunciativa

Operaciones de la lógica enunciativa:

p	q	Negación $\sim p$	Conjunción $p \wedge q$	Disyunción $p \vee q$	Implicación $p \rightarrow q$	Biilmplicación $p \leftrightarrow q$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0

0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

En la lógica enunciativa encontramos las siguientes reglas de inferencia:

- Regla de la separación o **Modus Ponens**.

  Esta regla consiste en lo siguiente:

  Se tienen como premisas $A \rightarrow B$ y A de lo cual se deduce B; es decir:

  1) $A \rightarrow B$
  2) A
  ——— (se deduce)
  3) B

  Se lee "desde $A \rightarrow B$ y A se deduce B" ; o $(((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B)$

- Regla de la contrainversa o **Modus Tollens**

  Esta regla consiste en lo siguiente:

  Se tienen como premisas $A \rightarrow B$ y ~B de lo cual se deduce ~A; o sea:

  1) $A \rightarrow B$
  2) $\sim B$
  ——— (se deduce)
  3) $\sim A$

- Regla del **silogismo disyuntivo**

  Esta regla consiste en lo siguiente:

  Se tienen como premisas $A \vee B$ y ~A de lo cual se deduce B; o sea:

  1) $A \vee B$
  2) $\sim A$
  ——— (se deduce)
  3) B

- Regla del **silogismo hipotético**

  Esta regla consiste en lo siguiente:

  Se tienen como premisas A→B y B→C de lo cual se deduce A→C; o sea:

  1) $A \to B$
  2) $B \to C$
  ______ (se deduce)
  3) $A \to C$

NOTA. Un razonamiento se dice correcto si la **regla de deducción** es válida. Una **regla** es válida cuando no sucede que valiendo las premisas la conclusión sea falsa.

- Cuantificadores: Los **cuantificadores** usados en la lógica son:

  "∀" universal y **"∃"** existencial.

  El universal (∀) se utiliza cuando **todos** los elementos del dominio de la función enunciativa cumplen con la propiedad.

  El existencial (∃) se utiliza cuando **existe** al menos un elemento en el dominio de la función enunciativa que cumple con la propiedad.

b) Teoría de Conjuntos:

- Operaciones entre conjuntos

Sean los conjuntos A y B. A continuación, **definimos** las principales **operaciones** entre conjuntos: Unión ($\cup$), intersección ($\cap$), diferencia (-), complementación (^{c}) y diferencia simétrica (Δ).

$$A \cup B = \{ x/x \in A \text{ o } x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x/x \in A \text{ y } x \in B\}$$

$$A - B = \{x/x \in A \text{ y } x \notin B \}$$

$$A^c = \{ x/x \in U \text{ y } x \notin A \}$$

$$A \Delta B = (A-B) \cup (B-A)$$

Obviamente, valen las siguientes equivalencias de pertenencia:

$$x \in (A \cup B) \Leftrightarrow x \in A \text{ o } x \in B$$

$$x \notin (A \cup B) \Leftrightarrow x \notin A \text{ y } x \notin B$$

$$x \in (A \cap B) \Leftrightarrow x \in A \text{ y } x \in B$$

$$x \notin (A \cap B) \Leftrightarrow x \notin A \text{ o } x \notin B$$

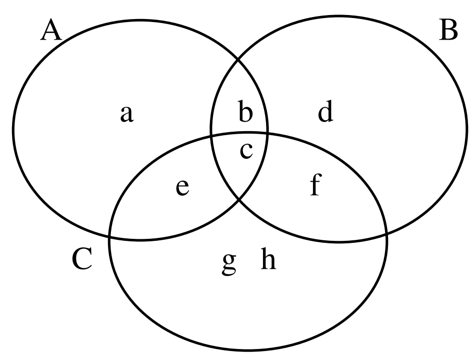
$$x \in A^c \Leftrightarrow x \notin A$$

$$x \notin A^c \Leftrightarrow x \in A$$

$$x \in (A - B) \Leftrightarrow x \in A \text{ y } x \notin B$$

- Representación de conjuntos:

  Sean los conjuntos: U = {a,b,c,d,e,f,g,h}, A = {a,b,c,e}, B = {b,c,d,f}, C = {c,e,f,g,h}, su representación gráfica en diagramas de EULER-VENN es:



en lenguaje natural conjuntista (o metalenguaje conjuntista) se dice:

El elemento **a** pertenece sólo al conjunto A

El elemento **d** pertenece sólo al conjunto B

Los elementos **g, h** pertenecen sólo al conjunto C

Los elementos **b, c** pertenecen a A y B

Los elementos **c, f** pertenecen a B y C

Los elementos **c, e** pertenecen a A y C

El elemento **b** pertenece sólo a A y B

El elemento **f** pertenece sólo a B y C

El elemento **e** pertenece sólo a A y C

El elemento c pertenece a A,B y C

c) Ecuaciones de primer y segundo grado con una incógnita

Una ecuación de *primer grado* es de la forma

$$ax+b = 0 \text{ , } a \neq 0$$

de donde la solución es $x = \frac{-b}{a}$

Una ecuación de segundo grado es de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ ; } a,b,c \in C; a \neq 0$$

La fórmula general para resolver una ecuación de segundo grado es:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El discriminante es: $D = b^2 - 4ac$

Recordar que:

- Si D > 0 existen dos soluciones reales y distintas, la primera $x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ y $x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Si D = 0, existe una solución real que es $x = \frac{-b}{2a}$

- Si D < 0, no existen soluciones reales.

2.3.3.9.2 Problemas de razonamiento

A continuación, presentamos un compendio variado de ejercicios en cada una de las dimensiones abordadas en este trabajo, de varios autores y de elaboración propia:

Problemas de razonamiento numérico:

- En un concurso de pasteleros ganará quien logre fabricar la mayor cantidad de pasteles al término del día. Uno de estos cuatro concursantes ha resultado ganador.

  Cristina hizo cuatro veces la tercera parte de lo que hizo Pedro
  La cuarta parte de lo que hizo Pedro es la quinta parte de lo que hizo Marcos
  Marcos superó a Ana por un pastel
  Si Ana hizo 14 pasteles ¿quién ganó el concurso? (Lexus editores, 2003).
  Rpta Cristina

- En una urna hay 160 bolas, por cada 3 bolas blancas hay 20 negras y 17 rojas. El número de bolas negras es: (Timoteo, 2010, p. 429)
  a) 12 b) **80** c) 68 d) 48 e) 64

- A puede hacer una obra en 5 días, B en 6 días y C en 7 días. ¿En cuánto tiempo pueden hacer la obra los tres juntos? (Timoteo, 2010)

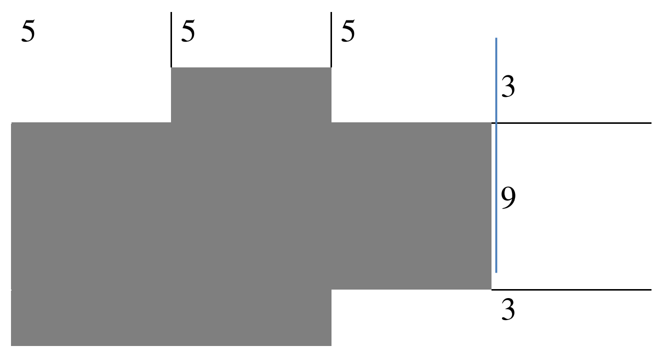
- Si $a^2 * b^3 = 3a+4b$, el valor de 16*27 es: (Asociación Fondo de Investigadores y Editores, 2012)
  a) 20 b) 21 c) 17 **d) 24** e) 15

- Sea $n= 5^2 x 7^3 x 3 x 12$, ¿por cuánto se debe multiplicar a n para que obtener la menor raíz cúbica exacta? (Elaboración propia)
  a) 27 b) 5 c) **30** d) 6

- En una fiesta, en un determinado momento, los hombres sacaron a bailar a todas las mujeres y se quedaron sin bailar el 20% de los hombres. ¿Qué tanto por ciento de los hombres deberá retirarse para que, al volver a bailar, se queden sin hacerlo el 10% de las mujeres? (Asociación Fondo de Investigadores y Editores, 2012, p. 419)

  a) 8%   b) **28%** c) 72% d) 30%

- Un terreno tiene la forma de la región sombreada, si cada m^2 cuesta 50 dólares, ¿cuánto se debe pagar por dicho terreno? (Elaboración propia)



  a) 11250 dólares b) **9000 dólares**   c) 12000 dólares

- Dos secretarias copian 350 problemas en una semana. ¿Cuántas secretarias serían necesarias para copiar 600 problemas en 4 días? (Timoteo, 2010, p. 614)

  a) **6** b) 4 c) 7 d) 8

- Para alimentar a los 40 caballos que tengo necesito 25 kg de pasto. ¿Cuántos caballos debería tener para alimentarlos con 15 kg, si la ración por caballo no varía? (Timoteo, 2010, p. 615)

  a) 36 b) **24** c) 40 d) 62

- Un obrero ganaba 12 dólares la hora y se incrementó a 15 dólares la hora. En el banco le dicen que le concederán un préstamo siempre y cuando le hayan incrementado al menos el 10% del salario. ¿Le será concedido el crédito? (Elaboración propia)

a) **Si** b) No

- Un padre reparte su herencia de la siguiente manera: La Mitad para el primer hijo, la cuarta parte para el segundo hijo, la quinta parte para el tercer hijo y lo demás para la esposa. Si su herencia es de 200000 dólares. ¿Cuánto reciba la esposa? (Elaboración propia)

  a) 10000 dólares b) 20000 dólares c) 40000 dólares

- Un estudiante revisa sus promedios de calificaciones de los tres últimos semestres; en el primer semestre obtuvo un puntaje de 80, en el segundo semestre mejoró en un 10% el puntaje del primer semestre y en el tercer semestre bajó dos puntos respecto al segundo. ¿Qué puntaje obtuvo en el tercer semestre? (Elaboración propia)

  a) 90 b) 88 c**) 86**

Problemas de razonamiento algebraico.

- Mi primer sueldo fue la mitad del sueldo de mi madre, sumados los dos, dan un total de 600 dólares. ¿Cuánto recibí como primer sueldo? (Elaboración propia)

  a) 400 b) 300 **c) 200**

- ¿Cuál es el número entero, que al sumarle 5 es igual a la mitad de su valor?. (Elaboración propia).
  Rpta. -10

- Identifica el número que cumple con las siguientes pistas: (Lexus editores, 2003)

  Es un número de 6 cifras
  La suma de las cifras es 33
  Cada cifra es una unidad mayor que la siguiente
  Rpta: 876543

- Nuestras edades suman 47 años; sin embargo, cuando tenías 15 años yo tenía la edad que tendrás dentro de 2 años. ¿Qué edad tienes? (Timoteo, 2010)

  a) 30 **b) 20** c) 10 d) 15 e) 18

- Si al doble de la edad de Antonio se resta 17 años, resulta menor que 35; pero si a la mitad de su edad se suman 3 años; resulta mayor que 15. Hallar la edad de Andrés que nació 11 años antes que Antonio. (Timoteo, 2010)

  a) **36 años** b) 25 años c) 14 años d) 30 años e) 24 años

- Las edades de una madre y sus dos hijas suman en total 36 años. Calcular la edad de la menor, sabiendo que la hija mayor tiene dos veces la edad de la otra y que la madre tiene una edad igual al triple de la suma de las edades de sus hijas. (Timoteo, 2010)

  a) 1 año b) 2 años **c) 3 años** d) 4 años e) 5 años

- Si: $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=\sqrt{7}$ Hallar: $x^3+\frac{1}{x^3}$ (Asociación fondo de investigadores y editores, 2012)

  a) 7 b) 5 **c) 110**

- En un juego se utilizan los siguientes símbolos: ♦, ♠; se tiene las siguientes pistas respecto a sus valores: 6♠ = 3♦ y 2♠+♦ = 8. ¿Cuáles son los valores de ♠ y ♦?. (Elaboración propia)

  Rpta ♠ =2 y ♦=4

- Miguel le dice a Juan: La suma de nuestras edades es 50, pero hace 10 años mi edad era el triple que tu edad actual. ¿Cuál es la edad de Juan? (Elaboración propia)

  a) 10 b) 40 c) 35

- En un curso los estudiantes deben decidir entre tomar como deporte básquet y vóley. El número de estudiantes que quieren tomar ambos deportes excede en 2 al número de estudiantes que quieren tomar básquet y tiene 5 estudiantes menos del número de estudiantes que quieren tomar sólo vóley. Si hay 15 estudiantes ¿Cuántos desean tomar ambos deportes? (Elaboración propia)

a) 4 b) 6 c) 9

- Problema de Caramuel. Vidal(2012, p.146)

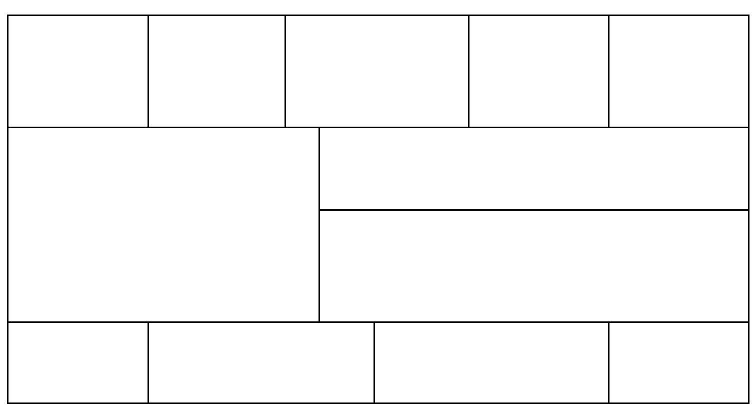
  Hércules vino a visitar a Augeo,
  que era muy opulento
  y teniendo deseo
  de robarle sus vacas ciento a ciento,
  pregunta con cuidado, el número y lugar de su ganado.
  Yo seño dice el venerable anciano
  brevemente respondo,
  que en aquel risco llano,
  cuya orla es de oro, y esmeralda al fondo,
  a la margen de Alfeo,
  la mitad de mis vacas parecer veo.
  La octava parte, de Saturno al monte
  turba con sus bramidos:
  y en distante horizonte
  la duodécima tiene destruidos
  los valles; que es muy fiera
  en el monte, en el prado, en la ribera.
  La vigésima parte
  en Elide segura se apacienta:
  de Arcadia ya se aparta
  la trigésima; y corren por mi cuenta
  cincuenta, cuyas voces
  hoy oyes suaves y mañana atroces.
  mover la clave, pero no la pluma,
  sabe el hijo de Alcmena;

y así se queda sin saber la suma
de tal ganado, que en los montes suena.
Tú, que eres más experto,
el número descubre que he encubierto.

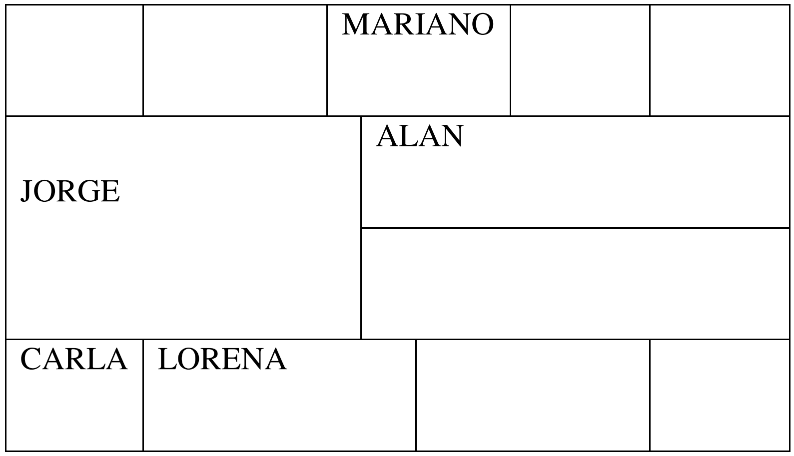
Problemas de Razonamiento Lógico

- Jorge, Carla, Lorena, Mariano y Alan viven en la misma manzana y son compañeros de escuela.

Lorena y Mariano tienen cuatro familias vecinas
Carla tiene un compañero de escuela en cada una de las dos viviendas vecinas en la manzana
Lorena es vecina de Jorge y de Carla, pero no de Alan
Alan tiene cinco familias vecinas
Si llamamos vecinos a quienes tienen casas con terrenos linderos, y en cada terreno vive sólo una familia en una única vivienda (Lexus, 2003, p. 171)



Rpta



- Dos cajas se equilibran con tres pesas

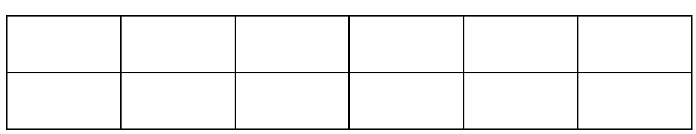
  Una lata se equilibra con una caja
  Una bolsita requiere el agregado de una pesa para equilibrar una lata
  ¿Cuántas bolsitas se necesitan para equilibrar el peso de una lata? (Lexus, 2003, p. 173)

  Rpta 3 bolsitas

- En una fábrica de adornos de madera se van a cortar placas iguales, de forma rectangular, cuyo largo es del doble del ancho. En cada placa, los cortes deben hacerse en línea recta y de borde a borde, para obtener doce piezas rectangulares de igual tamaño. Marcos confecciona las piezas haciendo seis cortes en cada una y Joaquín lo hace con menor cantidad de cortes. (Lexus, 2003, p. 180)

¿De qué modo realiza los cortes Marcos?

Rpta:



¿Cuántos cortes realiza Joaquín?

Rpta: 5

- Cinco estudiantes Juan, Lulú, Tina, Mateo y Orlando se ubican en una mesa circular. Juan se sienta junto a Lulú; Mateo no se sienta junto a Tina. Podemos afirmar que son verdaderas: (Timoteo, 2010)

  I Mateo se sienta junto a Juan
  II Orlando se sienta junto a Tina
  III Lulú se sienta junto a Mateo

  a) Sólo I b) Sólo II **c) I y II** d) I y III e) sólo III

- Cuatro inquilinos viven en un edificio de 4 pisos. Pablo vive en el primer piso; César vive más abajo que José y Percy vive en el piso inmediatamente superior a César. ¿En qué piso vive Percy? (Timoteo, 2010)
  a) Primer piso b) segundo piso **c) tercer piso** d) cuarto piso d) faltan datos

- Si: Ningún hombre es inmortal y Todo racional es hombre entonces: (Asociación fondo de investigadores y editores, 2012)
  a) Todo racional es inmortal
  b) Ningún racional es inmortal
  c) Todo irracional es inmortal
  d) Ningún mortal es racional

- Un profesor dice a sus estudiantes: “Durante mis años de docencia he visto que todos los estudiantes excelentes han sido exitosos”, Juan se pone de pie y le dice: Profesor eso no es verdad, por tanto Juan quiere decir que: (Elaboración propia)

a) Todos los exitosos han sido excelentes estudiantes
b) Algunos estudiantes excelentes no han sido exitosos

c) Ningún estudiante excelente ha sido exitoso

- En una familia están presentes 2 abuelos y 2 abuelas, 3 padres, 3 madres, 3 hijos, 3 hijas, 2 suegras, 2 suegros, 1 yerno, 1 nuera, 2 hermanos y 2 hermanas, ¿Cuántas personas se encuentran presentes como mínimo? (Timoteo, 2010)

- Antonio y Juan quieren tomar con el tiempo justo, el tren de las once. El reloj de Antonio atrasa 10 minutos, pero él cree que adelanta 5. El reloj de Juan adelanta 5, pero él cree que atrasa 10. ¿Quién llegará antes a la estación? (Vidal, 2012, p.138)

- Cuatro personas rinden un examen. Si se sabe que: Patricio obtuvo cinco puntos más que Juan, Carlos obtuvo mejor puntaje que Ana y un punto menos que Juan. Ordena de manera creciente los nombres de los estudiantes según sus calificaciones. (Elaboración propia)

- Indique cuál de las posibles conclusiones se sigue lógicamente de la información ofrecida:

  Pablo nació en 1970, Ricardo nació en 1972. Si Juan es más joven que Ricardo, entonces sabemos que:

  b) Pablo es mayor que Ricardo y más joven que Juan
  c) Pablo es más joven que Ricardo y mayor que Juan
  d) Ricardo es más joven que Pablo y mayor que Juan
  (Narváez, 2015)

Problemas de razonamiento inductivo

- Hallar el valor de (x+y-z) en la siguiente sucesión:

  2^1+5; 8^3+11; 14^6+17; $20^{10}+23$; . . . ;$a^{465}+b$; x^y+z. (Timoteo, 2010)

  a) 98 **b) 493** c) 310 d)129 e) 110

- Dadas las siguientes sucesiones: (Timoteo, 2010)

  5; 8; 11; 14; . . .

  166;162;158;154, . . .

  ¿Cuál será el término común a ambas, sabiendo que ocupan el mismo lugar?

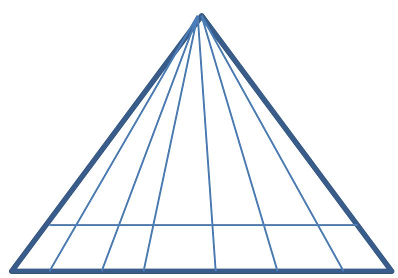
  a) 72 b) 73 **c) 74** d) 75 e) 76

- En la siguiente progresión aritmética, calcular el valor de (2x+3y): (Timoteo, 2010)

  $\sqrt{x}$;14, y+1,24

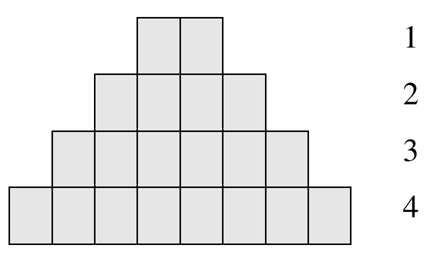
  a) 99 b) 577 **c) 216** d) 210 e) 321

- Halla el número total de triángulos en: (Asociación fondo de investigadores y editores, 2012)



Rpta 56

- Dada la siguiente figura:



¿Cuántos cuadrado habrá en total hasta la fila 7? (Elaboración propia)

a) 15 b) **14** c) 10 d) 7

- Un niño ahorra cada semana 5 dólares, si en la décima semana tiene 48 dólares ¿Cuánto tenía cuando empezó a ahorrar? (Elaboración propia)

- Sean los términos de una sucesión de la forma: 5+33; 55+333; 555+3333; . . . ¿Cuál es el valor del séptimo término? (Elaboración propia)
  a) 5 b) **3** c) 10 d) 2

- En la siguiente progresión aritmética: $\sqrt{x}$;14; y+1;24; calcular el valor de (2x+3y):

La etapa final, luego de haber pasado por los procesos de cálculo numérico y de resolución de problemas es la creación de problemas o ejercicios. De hecho, se puede iniciar pidiendo crear ejercicios sencillos, por la experiencia en esta investigación es la etapa más difícil en cuanto a la disposición de los estudiantes.

2.3.3.10 Actividades para promover la creación de problemas

Luego de haber cumplido todas las etapas anteriores podemos pedir a los estudiantes crear problemas, empezando por el razonamiento numérico, algebraico, lógico e inductivo.

Es necesario empezar dándoles orientaciones de lo que se espera como por ejemplo, pedir que la respuesta sea cierto número, o que en el proceso intervenga alguna operación aritmética, etc.

Ejemplo:

- Inventa un problema cuya solución sea 10.

Luego de la experiencia con las estudiantes, presentamos algunos de los problemas creados por ellas:

- “La seño Angie tiene que trabajar 30 días y de los 30 días sólo asiste 20. ¿Cuántos días no asistió?
- “El fin de semana Carlos compró 20 naranjas, por cada día Carlos se comía 2 naranjas, entonces ¿Cuántos días se demoró en comer Carlos?
- “Una maestra se tarda 1 día calificando 5 pruebas y debe calificar 150 pero sólo ha trabajado 20 días. ¿Cuántos días le falta para terminar de calificar las pruebas?”
- ” En una biblioteca por cada día de retraso (por no entregar un libro) se le multa a la persona con 0,5 dólares, si un joven tiene que pagar 5 dólares ¿Cuántos días se retrasó?”

- Plantee un problema, cuya respuesta sea 16 páginas

  Respuesta de una de las estudiantes:

  El número de páginas leídas de un libro es la cuarta parte del número de páginas que faltan por leer. El total de páginas del libro es 80 ¿Cuántas páginas se han leído?

$$x = \frac{80 - x}{4}$$

$$4x = 80 - x$$

$$5x = 80$$

$$x = 16$$

Respuesta= 16 páginas

2.3.4 Recomendaciones para la utilización del programa:

1) El número de sesiones indicadas en cada etapa fue de 3 sesiones, sin embargo, se considera que fue muy poco, especialmente en las etapas de operaciones mentales y creación de problemas, se recomienda organizar las sesiones de manera que se aproveche al máximo el tiempo en las actividades descritas.

Además, se podría tomar como una norma en sus clases trabajar diariamente 5 minutos en operaciones mentales y en cada tema pedir inventen problemas y/o ejercicios.

2) Tener paciencia, no espere que en cada una de las etapas los resultados correctos o adecuados sean inmediatos, es necesario permitir a los estudiantes interiorizar los procesos e integrarlos a su conocimiento previo.

3) Para las operaciones mentales organizar actividades tipo juegos (competencias), en la primera sesión sin límite de tiempo, en la segunda con un tiempo adecuado y poco a poco reducir el tiempo hasta que logren realizar los cálculos con precisión y en corto tiempo. No se recomienda asignar calificaciones por esta actividad pues desmotivaría a los estudiantes que presenten ciertas dificultades iniciales.

4) En las actividades de problemas incompletos, enunciados sin preguntas, preguntas sin enunciados se debe procurar no adelantarse a decirles "no es posible resolver" o "hace falta datos"; esto debería surgir de los estudiantes luego de que hagan un análisis de los mismos.

5) Por más ilógicas que puedan resultar las respuestas de los estudiantes, las preguntas que planteen o los enunciados que formulen no se debe hacer sentir mal, ni permitir que otros estudiantes lo hagan, hay que analizar y hacerles ver las razones por las que no serían, desde el punto de vista de un problema de razonamiento, buenas alternativas.

6) En la creación de problemas, no se recomienda que se les pida simplemente "inventen un problema" y nada más, se debe iniciar con ciertas guías y luego ir aumentado la dificultad; por ejemplo:
"Inventen un problema, en el cual para resolverlo se utilicen sumas"

“Creen un problema cuya solución sea 15 páginas”

“Inventen un problema donde como parte del enunciado se utilice la palabra “es el triple de”

7) Aunque este trabajo se lo hizo orientado a bachillerato, se lo puede utilizar también en otros niveles, siempre y cuando los problemas seleccionados estén en correspondencia con su nivel cognitivo.

CAPITULO III

ESTUDIO EMPÍRICO

1 Presentación, análisis e interpretación de los datos.

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos luego de la aplicación del programa de estrategias didácticas cognitivas. Se elaboraron un pre test que fue aplicado antes de iniciar la aplicación del programa y que contaba de 20 ítems distribuidas en las 4 categorías de razonamiento que se analizan: numérico, lógico, algebraico e inductivo. Cada sección se valoró sobre 100% y la valoración del razonamiento matemático fue el promedio de los resultados obtenidos en todos los razonamientos. Para este test se les dio 80 minutos.

En cuanto al pos test, se aplicó luego de terminado el trabajo con el programa, cuenta con 16 ítems distribuidos de igual manera en los cuatro tipos de razonamiento y se valoró cada sección sobre 100%, la valoración del razonamiento matemático fue el promedio de los cuatro razonamientos. Para este test se disponía de tan sólo 50 minutos por circunstancias propias de la Institución y las actividades finales de finalización del período escolar. Se evaluó no solamente las respuesta correcta de cada ítem sino el proceso: planteamiento del problema (sea gráficamente, con esquemas, ecuaciones, etc.) , proceso de resolución y respuesta correcta.

Para valorar cualitativamente el razonamiento se utilizó una escala en función de los cuartiles de la escala de 0 a 100, estableciéndose los siguientes niveles:

Bajo de 0 a 25%

Regular de 26% a 50%

Bueno de 51% a 75%

Muy bueno de 76% a 100%

También se aplicó al grupo cuasi experimental un cuestionario usando una escala de Likert, para conocer el nivel de dificultad que tuvieron las estudiantes para resolver los problemas planteados, luego de la aplicación del programa.

Una vez procesada la información se utilizó la hoja electrónica Excel y el paquete estadístico SPSS para la tabulación de resultados y prueba de hipótesis respectivamente.

Además, es importante recalcar que se calcularon el grado de discriminación y dificultad del pos test, obteniendo los siguientes resultados:

Grado de dificultad:

$$Gd = \frac{\bar{x}}{Pm} * 100$$

Gd = Grado de dificultad de la prueba.

$\bar{x} = 53$
Pm = 100

Gd = 53%, que de acuerdo a las tablas de Kuder-Richardson (ver anexo 15), corresponde a una dificultad adecuada.

Índice de discriminación de una prueba:

$$I_d = \frac{pms - pmi}{PM} * 100$$

pms = 92

pmi = 54

PM = 100

$I_d = 38$, de igual manera de acuerdo a las tablas de Kuder-Richarson, corresponde a un razonable índice de discriminación.

1.1. Resultados del pre test

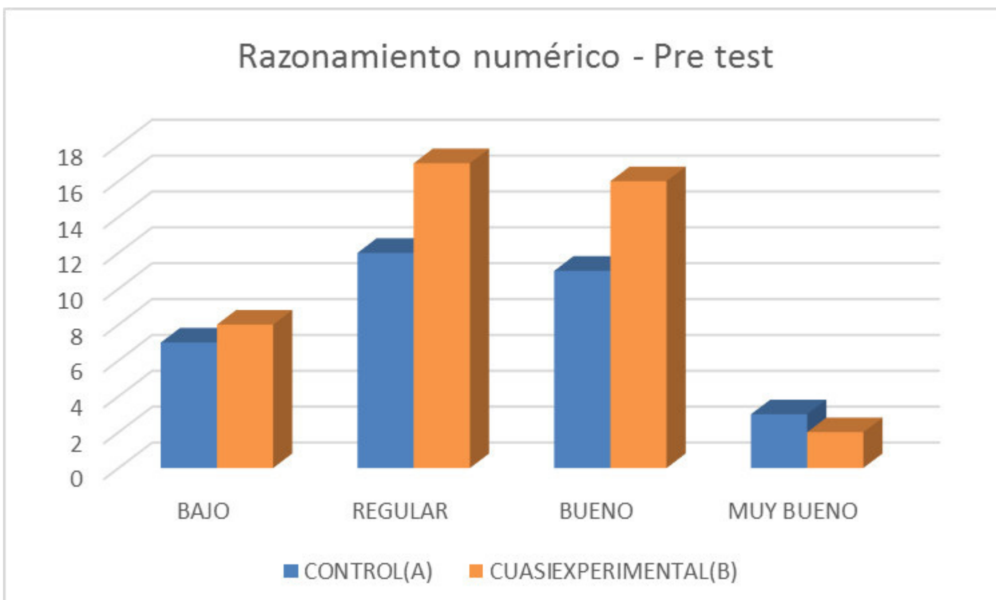
1.1.1 Razonamiento numérico- Pre test

Tabla 4: Razonamiento Numérico- Pre test

NIVEL RAZONAMIENTO	CONTROL(A)	%	CUASIEXPERIMENTAL(B)	%
BAJO(0%-25%)	7	21%	8	19%
REGULAR(26%-50%)	12	36%	17	40%
BUENO(51%-75%)	11	33%	16	37%
MUY BUENO(76%-100%)	3	9%	2	5%
TOTAL	33	100%	43	100%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 1: Razonamiento Numérico - Pre test



Fuente: Elaboración Propia

Los resultados muestran que en el nivel bajo, se encontraban el 21% de estudiantes del grupo de control y el 19% de estudiantes del grupo cuasi experimental; en el nivel regular se encontraban el 36% del grupo de control y el 40% del grupo cuasi experimental; en el nivel bueno, se encontraban el 33% del grupo de control y el 37% del grupo cuasi experimental y por último en el nivel muy bueno, se encontraban el 9% del grupo de control frente al 5% del grupo cuasi experimental.

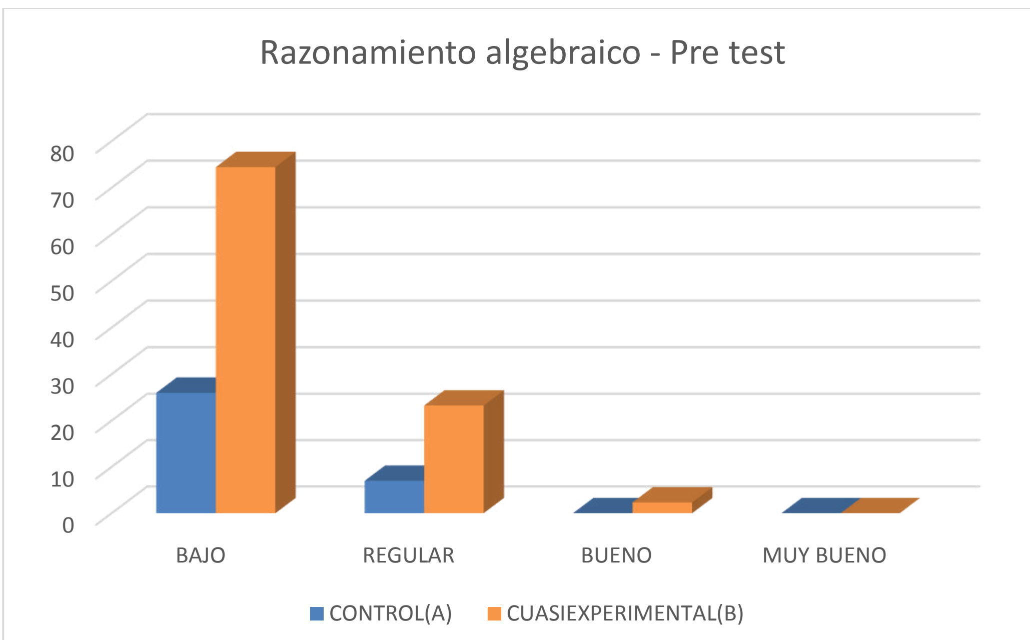
1.1.2. Razonamiento algebraico – Pre test

Tabla 5: Razonamiento algebraico- Pre test

NIVEL RAZONAMIENTO	CONTROL(A)	%	CUASIEXPERIMENTAL(B)	%
BAJO(0%-25%)	26	79%	32	74%
REGULAR(26%-50%)	7	21%	10	23%
BUENO(51%-75%)	0	0%	1	2%
MUY BUENO(76%-100%)	0	0%	0	0%
TOTAL	33	100%	43	100%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 2: Razonamiento algebraico - Pre test:



Fuente: Elaboración Propia

Se puede observar, se encontraban el 79% de estudiantes del grupo de control y el 74% de estudiantes del grupo cuasi experimental; en el nivel regular se encontraban el 21% del grupo de control y el 23% del grupo cuasi experimental; en el nivel bueno, no había ninguna estudiante del grupo de control pero sí el 2% del grupo cuasi experimental y por último en el nivel muy bueno, no había ninguna estudiante de ninguno de los dos grupos.

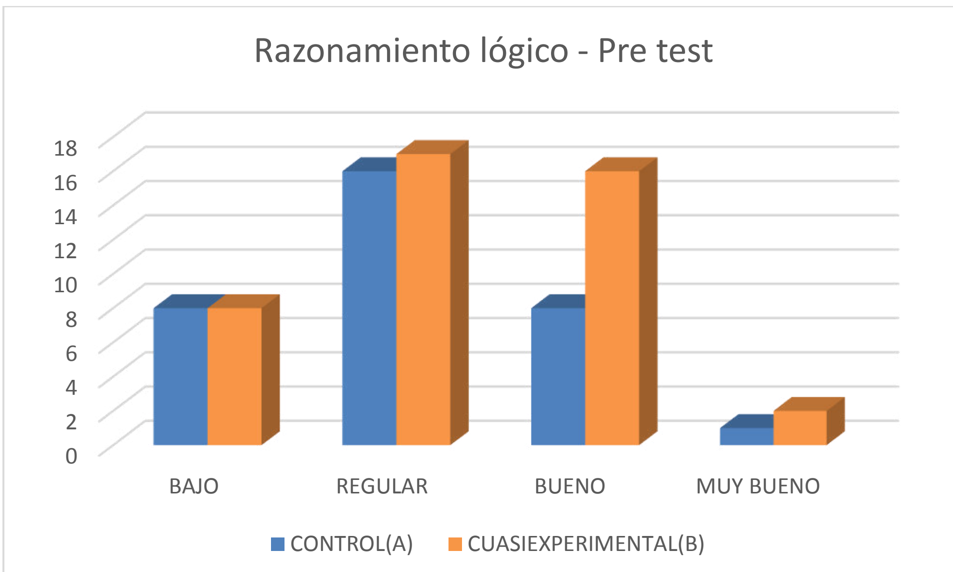
1.1.3. Razonamiento lógico – Pre test

Tabla 6: Razonamiento lógico- Pre test

NIVEL RAZONAMIENTO	CONTROL(A)	%	CUASIEXPERIMENTAL(B)	%
BAJO(0%-25%)	8	24%	8	19%
REGULAR(26%-50%)	16	48%	17	39%
BUENO(51%-75%)	8	24%	16	37%
MUY BUENO(76%-100%)	1	3%	2	5%
TOTAL	33	100%	43	100%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 3: Razonamiento lógico - Pre test



Fuente: Elaboración Propia

Los resultados muestran que en el nivel bajo, se encontraban el 24% de estudiantes del grupo de control y el 19% de estudiantes del grupo cuasi experimental; en el nivel regular se encontraban el 48% del grupo de control y el 39% del grupo cuasi experimental; en el nivel bueno, se encontraban el 24% del grupo de control y el 37% del grupo cuasi experimental y por último en el nivel muy bueno, se encontraban el 3% del grupo de control frente al 5% del grupo cuasi experimental.

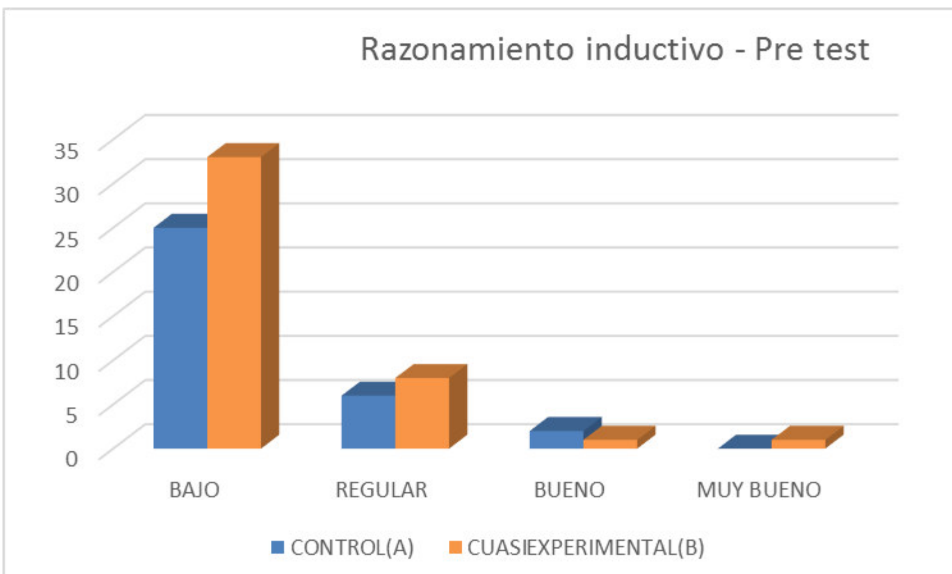
1.1.4. Razonamiento inductivo – Pre test

Tabla 7: Razonamiento Inductivo - Pre test

NIVEL RAZONAMIENTO	CONTROL(A)	%	CUASIEXPERIMENTAL(B)	%
BAJO(0%-25%)	25	76%	33	77%
REGULAR(26%-50%)	6	18%	8	19%
BUENO(51%-75%)	2	6%	1	2%
MUY BUENO(76%-100%)	0	0%	1	2%
TOTAL	33	100%	43	100%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 4: Razonamiento inductivo - Pre test



Fuente: Elaboración Propia

En los resultados se puede observar que en el nivel bajo, se encontraban el 76% de estudiantes del grupo de control y el 77% de estudiantes del grupo cuasi experimental; en el nivel regular se encontraban el 18% del grupo de control y el 19% del grupo cuasi experimental; en el nivel bueno, se encontraban el 6% del grupo de control y el 2% del grupo cuasi experimental y por último en el nivel muy bueno, no se encontraban ninguna estudiante del grupo de control frente al 2% del grupo cuasi experimental.

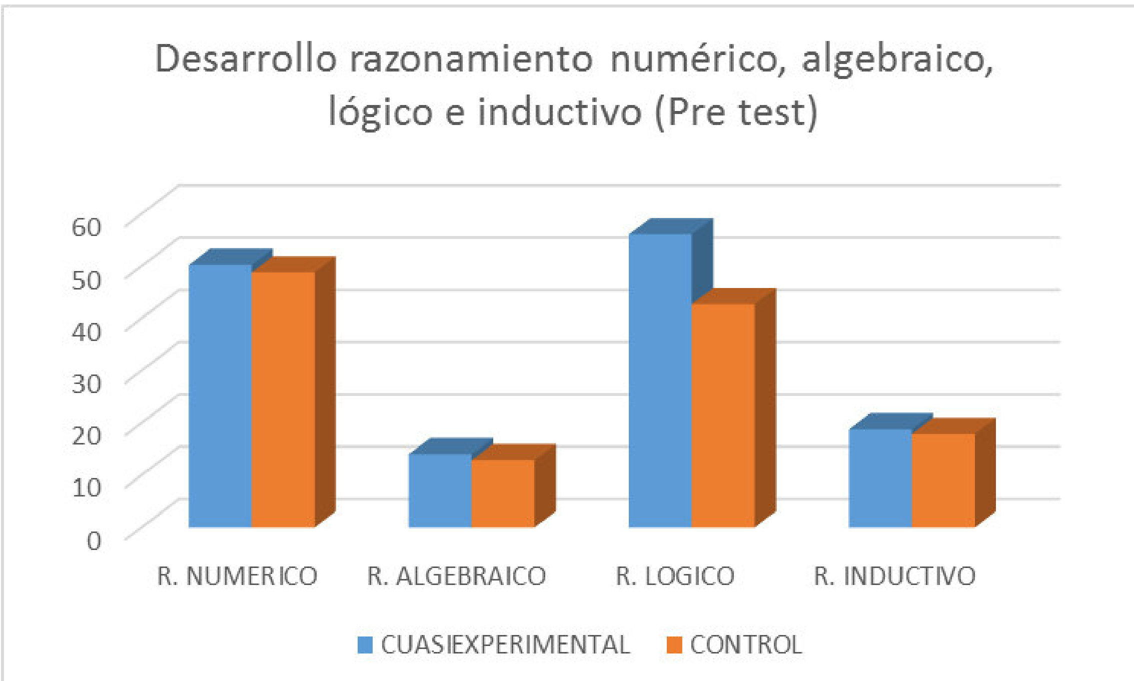
1.1.5 Resumen - Pre test

Tabla 8: Resumen (pre test)

	PRE TEST R. NUMERICO	PRE TEST R. ALGEBRAICO	PRE TEST R. LOGICO	PRE TEST R. INDUCTIVO
CUASI EXPERIMENTAL(B)	50%	14%	56%	19%
CONTROL(A)	49%	13%	43%	18%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 5: Resumen (Pre test)



Fuente: Elaboración Propia

De acuerdo a los resultados obtenidos en el pre test, podemos ver que los dos grupos se encontraban en similares condiciones antes de iniciar el experimento en razonamiento numérico, algebraico e inductivo. En el razonamiento lógico el grupo cuasi experimental muestra una ventaja de 13%.

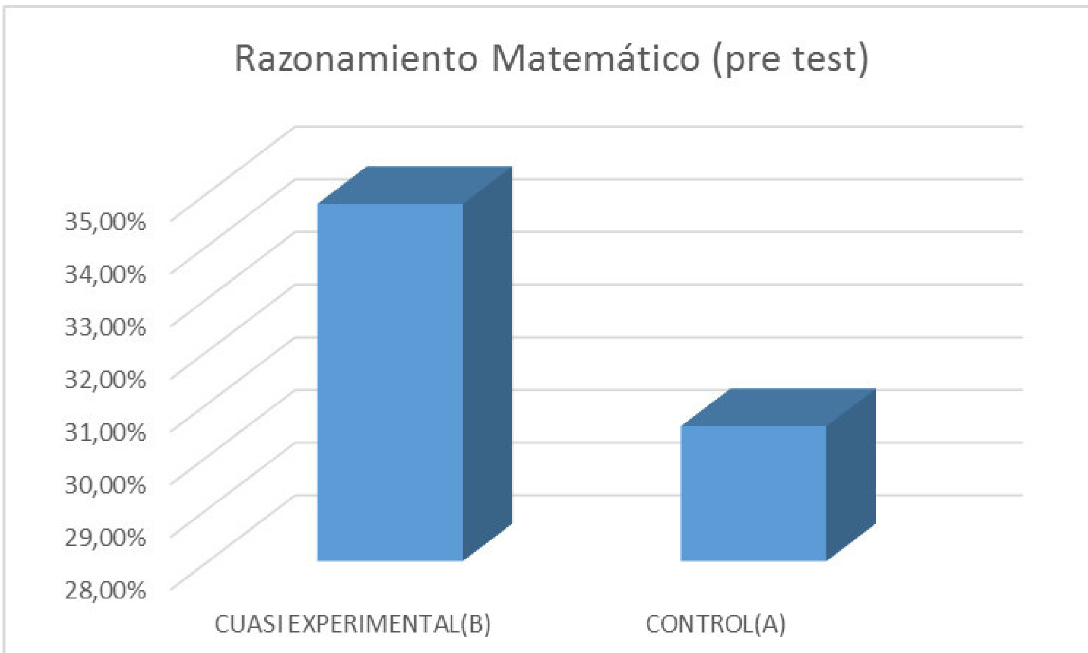
1.1.6 Razonamiento matemático – Pre test

Tabla 9: Razonamiento Matemático (pre test)

	PRE TEST RAZONAMIENTO MATEMÁTICO	NIVEL
CUASI EXPERIMENTAL(B)	35%	REGULAR 26%-50%
CONTROL(A)	31%	REGULAR 26%-50%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 6: Razonamiento Matemático (pre test)



Fuente: Elaboración Propia

Podemos ver que, en los resultados del pre test, ambos grupos se encuentran en la categoría REGULAR en cuanto al razonamiento matemático. Existe una diferencia mínima de 4% entre el grupo cuasiexperimento y el grupo de control.

1.2 Resultados del Pos test

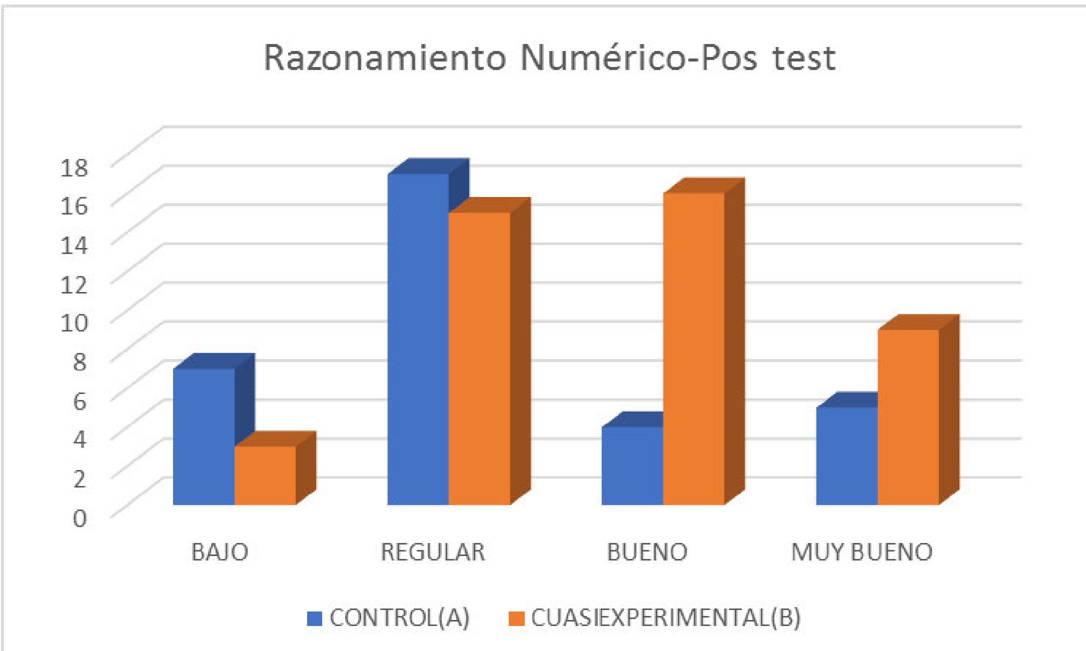
1.2.1 Razonamiento Numérico – Pos test

Tabla 10: Razonamiento Numérico - Pos test

NIVEL RAZONAMIENTO	CONTROL(A)	%	CUASIEXPERIMENTAL(B)	%
BAJO(0%-25%)	7	21%	3	7%
REGULAR(26%-50%)	17	52%	15	35%
BUENO(51%-75%)	4	12%	16	37%
MUY BUENO(76%-100%)	5	15%	9	21%
TOTAL	33	100%	43	100

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 7: Razonamiento Numérico - Pos test



Fuente: Elaboración Propia

Los resultados muestran que, en el nivel bajo, se encuentran el 21% de estudiantes del grupo de control y el 7% de estudiantes del grupo cuasi experimental; en el nivel regular se ubican el 52% del grupo de control y el 35% del grupo cuasi experimental; en el nivel bueno, está el 24% del grupo de control y el 37% del grupo cuasi experimental y por último en el nivel muy bueno, se ubican el 5% del grupo de control frente al 21% del grupo cuasi experimental.

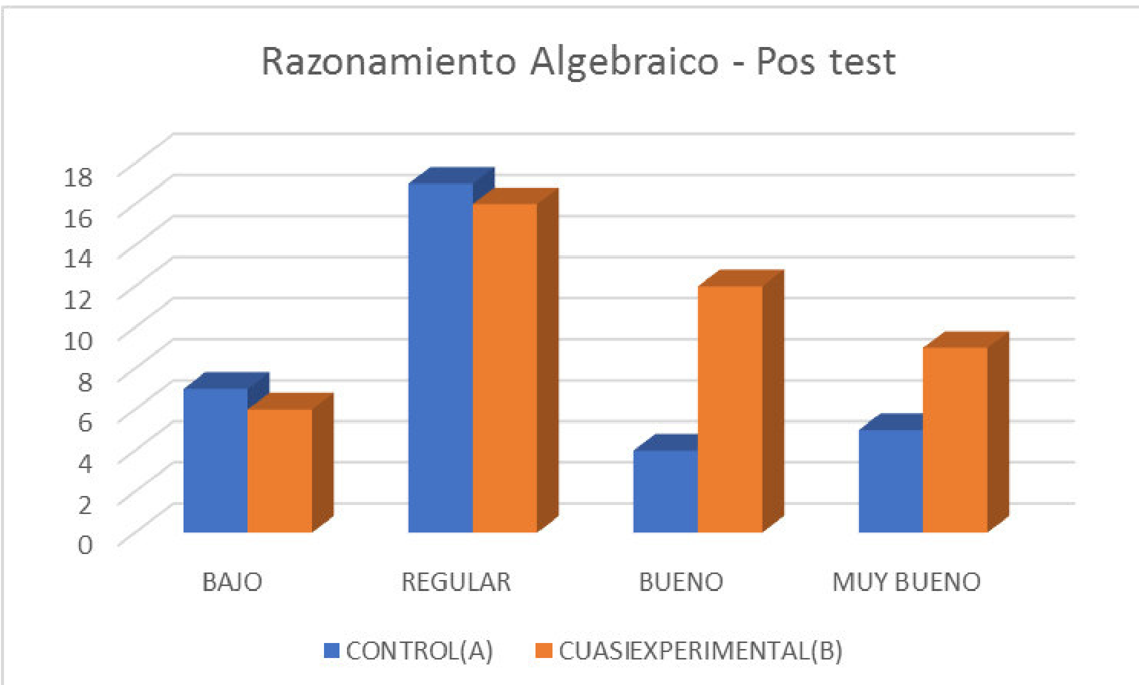
1.2.2 Razonamiento Algebraico – Pos test

Tabla 11: Razonamiento algebraico - Pos test

NIVEL RAZONAMIENTO	CONTROL(A)	%	CUASIEXPERIMENTAL(B)	%
BAJO(0%-25%)	18	55%	6	14%
REGULAR(26%-50%)	14	42%	16	37%
BUENO(51%-75%)	0	0%	12	28%
MUY BUENO(76%-100%)	1	3%	9	21%
TOTAL	33	100%	43	100%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 8: Razonamiento algebraico - Pos test



Fuente: Elaboración Propia

Los resultados muestran que, en el nivel bajo, se encuentran el 55% de estudiantes del grupo de control y el 14% de estudiantes del grupo cuasi experimental; en el nivel regular se ubican el 42% del grupo de control y el 37% del grupo cuasi experimental; en el nivel bueno, no hay ninguna estudiante del grupo de control y el 28% del grupo cuasi experimental y por último en el nivel muy bueno, se ubican el 3% del grupo de control frente al 9% del grupo cuasi experimental.

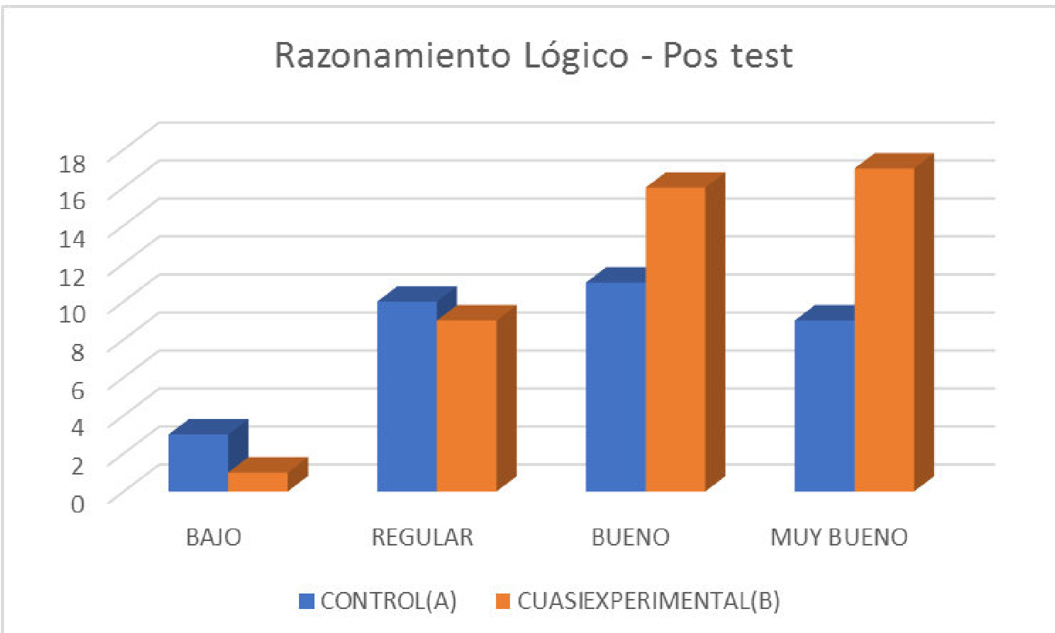
1.2.3 Razonamiento Lógico – Pos test

Tabla 12: Razonamiento algebraico - Pos test

NIVEL RAZONAMIENTO	CONTROL(A)	%	CUASIEXPERIMENTAL(B)	%
BAJO(0%-25%)	3	9%	1	2%
REGULAR(26%-50%)	10	31%	9	21%
BUENO(51%-75%)	11	33%	16	37%
MUY BUENO(76%-100%)	9	27%	17	40%
TOTAL	33	100%	43	100%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 9: Razonamiento algebraico - Pos test



Fuente: Elaboración Propia

Los resultados muestran que, en el nivel bajo, se ubican el 9% de estudiantes del grupo de control y el 2% de estudiantes del grupo cuasi experimental; en el nivel regular se ubican el 31% del grupo de control y el 21% del grupo cuasi experimental; en el nivel bueno, está el 33% del grupo de control y el 37% del grupo cuasi experimental y por último en el nivel muy bueno, se ubican el 9% del grupo de control frente al 40% del grupo cuasi experimental.

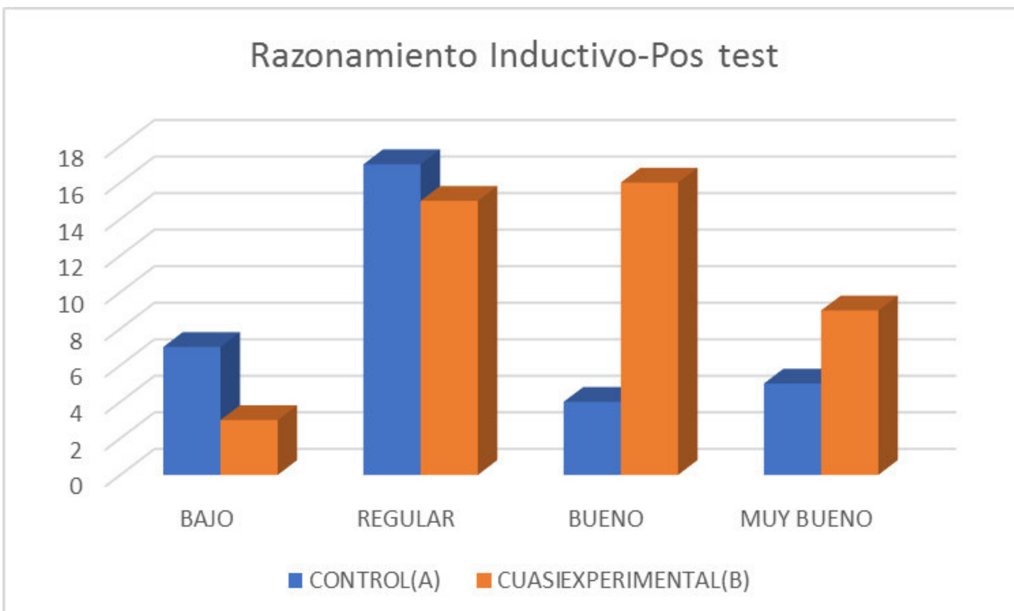
1.2.4 Razonamiento Inductivo – Pos test

Tabla 13: Razonamiento inductivo - Pos test

NIVEL RAZONAMIENTO	CONTROL(A)	%	CUASIEXPERIMENTAL(B)	%
BAJO(0%-25%)	4	12%	3	7%
REGULAR(26%-50%)	13	40%	15	35%
BUENO(51%-75%)	11	33%	16	37%
MUY BUENO(76%-100%)	5	15%	9	21%
TOTAL	33	100%	43	100%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 10: Razonamiento inductivo - Pos test



Fuente: Elaboración Propia

Los resultados muestran que, en el nivel bajo, se registra un 12% de estudiantes del grupo de control y el 7% de estudiantes del grupo cuasi experimental; en el nivel regular se ubican el 40% del grupo de control y el 35% del grupo cuasi experimental; en el nivel bueno, está el 33% del grupo de control y el 37% del grupo cuasi experimental y por último en el nivel muy bueno, se ubican el 15% del grupo de control frente al 21% del grupo cuasi experimental.

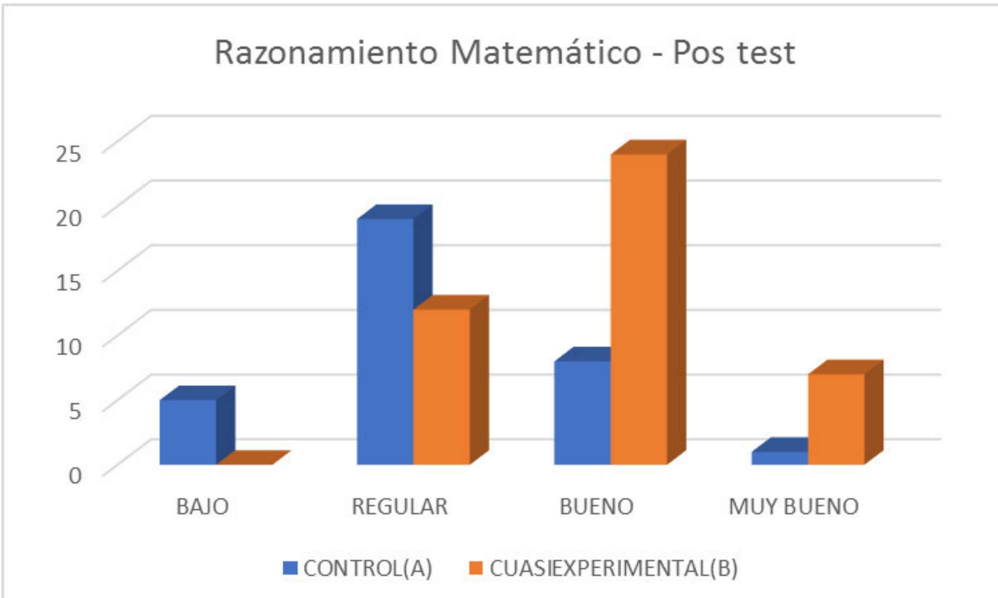
1.2.5 Razonamiento Matemático – Pos test

Tabla 14: Razonamiento Matemático – Pos test

NIVEL RAZONAMIENTO	CONTROL(A)	%	CUASIEXPERIMENTAL(B)	%
BAJO(0%-25%)	5	15%	0	0%
REGULAR(26%-50%)	19	58%	12	28%
BUENO(51%-75%)	8	24%	24	56%
MUY BUENO(76%-100%)	1	3%	7	16%
TOTAL	33	100%	43	100%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 11: Razonamiento Matemático - Pos test



Fuente: Elaboración Propia

Los resultados muestran que, en el razonamiento matemático, en el nivel bajo se encuentra el 15% de estudiantes del grupo de control y ninguna estudiante del grupo cuasi experimental; en el nivel regular se ubican el 58% del grupo de control frente al 28% del grupo cuasi experimental; en el nivel muy bueno se registra un 24% del grupo de control y un 56% del grupo cuasi experimental y en el nivel muy bueno está un 3% del grupo de control frente a un 16% del grupo cuasi experimental. Vemos que la mayoría de estudiantes del grupo de control (58%) se ubican en el nivel Regular mientras que la mayoría del grupo cuasi experimental (56%) se ubica en el nivel Bueno.

Estos resultados muestran una mejoría en el desarrollo del razonamiento matemático del grupo cuasi experimental frente al grupo de control.

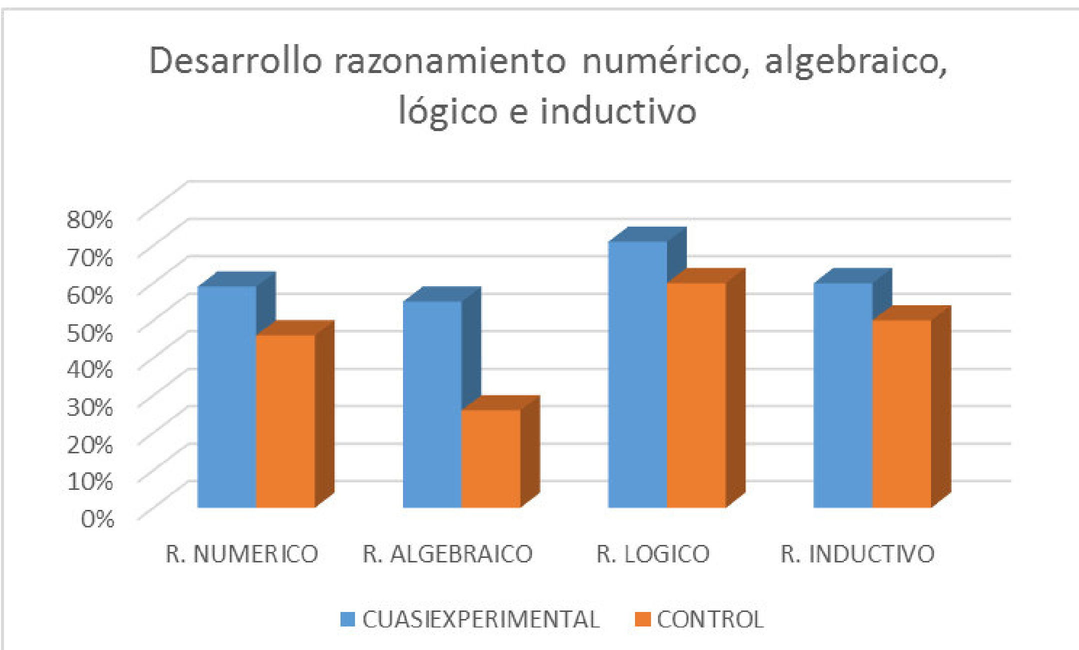
1.2.6 Resumen - Pos test

Tabla 15: Resumen (Post test)

	POS TEST R. NUMERICO	POS TEST R. ALGEBRAICO	POS TEST R. LOGICO	POS TEST R. INDUCTIVO
CUASI EXPERIMENTAL(B)	59%	55%	71%	60%
CONTROL(A)	46%	26%	60%	50%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 12: Resumen (Post test)



Fuente: Elaboración Propia

Los resultados resumidos muestran que, en promedio, en todos los razonamientos analizados: numérico, algebraico, lógico e inductivo el grupo cuasi experimental mostró mejores resultados.

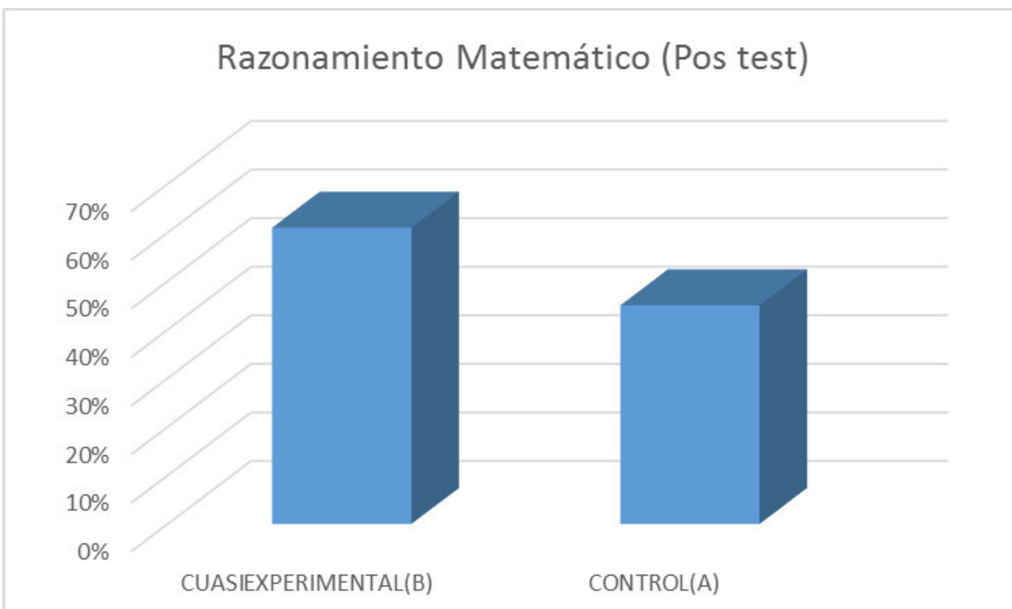
En el grupo de control en razonamiento numérico, algebraico e inductivo se ubica en el nivel regular, mientras que en razonamiento lógico se ubica en el nivel bueno; mientras que el grupo cuasi experimental en todas las categorías del razonamiento se ubica en el nivel Bueno.

Tabla 16: Razonamiento Matemático (Post test)

	POS TEST RAZONAMIENTO MATEMÁTICO
CUASI EXPERIMENTAL(B)	61%
CONTROL(A)	45%

Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 13: Razonamiento Matemático (Pos test)



Fuente: Elaboración Propia

De acuerdo a los resultados obtenidos vemos el grupo cuasi experimental obtuvo un desarrollo del 61% que lo ubica en el nivel Bueno, frente a un 45% del grupo de control que lo ubica en el nivel Regular.

1.3 Cuestionario sobre el nivel de dificultad en la resolución de problemas de razonamiento matemático luego de la aplicación de la propuesta.

Una vez aplicada la propuesta, con el fin de determinar la percepción de las estudiantes sobre su desempeño en la resolución de problemas de razonamiento matemático, se aplicó un cuestionario con una escala de Likert; consideraremos para la interpretación que quienes hayan respondido muy difícil o difícil manifiestan dificultad; caso contrario no.

Con esa consideración tenemos los siguientes resultados:

Pregunta 1: Para la resolución de problemas de razonamiento matemático, el identificar, interpretar y resolver operaciones aritméticas asociadas a dicha resolución le resulta:

Tabla 17: Identificar, interpretar y resolver operaciones aritméticas

	f.i	%
Muy difícil (0)	2	5%
Difícil (1)	6	14%
Ni fácil ni difícil (2)	26	60%
Fácil (3)	7	16%
Muy fácil (4)	2	5%
TOTAL	43	100

Fuente: Elaboración Propia

Podemos ver que el 5% responde muy difícil y el 14% difícil, lo que nos da un total de 19% de estudiantes que manifiesta en este indicador tener dificultades, mientras que el 81% no manifiestan dificultad en cuanto a la identificación, interpretación y resolución de operaciones aritméticas cuando están asociadas a la resolución de un problema.

Pregunta 2: En los ejercicios de razonamiento matemático de aplicación al algebra, el pasar de lenguaje algebraico a lenguaje natural o viceversa le resultó:

Tabla 18: Pasar de lenguaje algebraico al natural o viceversa

	f.i	%
Muy difícil (0)	2	5%
Difícil (1)	10	23%
Ni fácil ni difícil (2)	18	42%
Fácil (3)	12	28%
Muy fácil (4)	1	2%
TOTAL	43	100

Fuente: Elaboración Propia

Vemos que el 5% responde muy difícil y el 23% difícil, lo que nos da un total de 28% de estudiantes que manifiesta haber tenido dificultades en el pasar de lenguaje natural a algebraico o viceversa, mientras que la mayoría, el 72% no manifiesta dificultad en este aspecto muy importante para plantear e interpretar ecuaciones al momento de resolver problemas de razonamiento algebraico.

Pregunta 3: Realizar análisis con los que acertaste la resolución de problemas de razonamiento lógico fue:

Tabla 19: Análisis certeros para resolución de problemas de razonamiento lógico

	f.i	%
Muy difícil (0)	1	2%
Difícil (1)	3	7%
Ni fácil ni difícil (2)	18	42%
Fácil (3)	19	44%
Muy fácil (4)	2	5%
TOTAL	43	100

Fuente: Elaboración Propia

Vemos que apenas el 2% considera haber sido muy difícil y el 7% difícil, lo que nos da un total de 9% de estudiantes que consideran haber tenido dificultades al realizar análisis adecuados y correctos que les permitieran encontrar soluciones a problemas de razonamiento lógico, mientras que el 91% no considera haber tenido dificultades en este aspecto.

Pregunta 4: Realizar inferencias para la resolución correcta de problemas de razonamiento lógico fue:

Tabla 20: Inferencias para la resolución correcta de problemas de razonamiento lógico

	f.i	%
Muy difícil (0)	0	0%
Difícil (1)	10	23%
Ni fácil ni difícil (2)	22	51%
Fácil (3)	11	26%
Muy fácil (4)	0	0%
TOTAL	43	100

Fuente: Elaboración Propia

Vemos que ninguna estudiante respondió muy difícil mientras que el 23% responde difícil, lo que significa que el 23% considera haber tenido dificultades al realizar inferencias correctas que les permitieran encontrar soluciones correctas a problemas de razonamiento lógico, mientras que el 77% no considera haber tenido dificultades en este aspecto.

Pregunta 5: En los problemas de razonamiento lógico, el platear soluciones correctas te resultó:

Tabla 21: Soluciones correctas en problemas de razonamiento lógico

	f.i	%
Muy difícil (0)	0	0%
Difícil (1)	6	14%
Ni fácil ni difícil (2)	20	47%
Fácil (3)	16	37%
Muy fácil (4)	1	2%
TOTAL	43	100

Fuente: Elaboración Propia

En este aspecto, ninguna estudiante manifiesta que le haya resultado muy difícil, el 14% de las estudiantes responde difícil que es el porcentaje que consideran haber tenido dificultades en la resolución correcta de problemas de razonamiento lógico, eso significa que el 86% considera que no ha tenido dificultades para resolver correctamente este tipo de problemas de razonamiento.

Pregunta 6: Realizar generalizaciones para la resolución de problemas de razonamiento inductivo te resultó:

Tabla 22: Realizar generalizaciones para resolución de problemas de razonamiento inductivo

	f.i	%
Muy difícil (0)	1	2%
Difícil (1)	16	37%
Ni fácil ni difícil (2)	18	42%
Fácil (3)	8	19%
Muy fácil (4)	0	0%
TOTAL	43	100

Fuente: Elaboración Propia

El 2% de estudiantes responden muy difícil, el 37% difícil lo que nos da un porcentaje de 39% de estudiantes que consideran haber tenido dificultades para realizar generalizaciones en la resolución de problemas de razonamiento inductivo y por tanto el 61% considera que no ha tenido dificultades para resolver este tipo de problemas de razonamiento realizando generalizaciones.

En conclusión, respecto a este instrumento, podemos ver que en todos los aspectos la mayoría de estudiantes manifiestan no haber tenido dificultades; sin embargo de las estudiantes que si manifiestan dificultades, en el aspecto en que es mayor el porcentaje de dificultades (39%) es en el razonamiento inductivo, específicamente en generalizar para hallar soluciones, luego le sigue la mayor parte de dificultades (28%) en el razonamiento algebraico, específicamente en el pasar de lenguaje natural a algebraico y viceversa. En lo que menos reflejaron dificultades (9%) es en realizar análisis adecuados y correctos que les permitieran encontrar soluciones a problemas de razonamiento lógico.

2. Proceso de prueba de hipótesis

Los datos fueron procesados en porcentajes, pero para efectos estadísticos se han trabajado con las frecuencias relativas de los mismos.

2.1 Prueba de normalidad:

Para poder seleccionar adecuadamente la técnica estadística realizamos en primer lugar la prueba de normalidad de los datos, para el razonamiento numérico, algebraico, lógico, inductivo y en general los resultados finales del razonamiento matemático. Para ello utilizamos el programa SPSS, cuyos resultados fueron:

Tabla 23: Prueba de Normalidad grupo Control

Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	La distribución de CONTROLRN es normal con la media 0,455 y la desviación típica 0,26.	Prueba Kolmogorov-Smirnov de una muestra	,334	Retener la hipótesis nula.
2	La distribución de CONTROLRA es normal con la media 0,258 y la desviación típica 0,21.	Prueba Kolmogorov-Smirnov de una muestra	,111	Retener la hipótesis nula.
3	La distribución de CONTROLRL es normal con la media 0,596 y la desviación típica 0,25.	Prueba Kolmogorov-Smirnov de una muestra	,080	Retener la hipótesis nula.
4	La distribución de CONTROLRI es normal con la media 0,495 y la desviación típica 0,27.	Prueba Kolmogorov-Smirnov de una muestra	,066	Retener la hipótesis nula.
5	La distribución de CONTROLRAZMAT es normal con la media 0,451 y la desviación típica 0,16.	Prueba Kolmogorov-Smirnov de una muestra	,844	Retener la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es ,05.

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 24: Prueba normalidad grupo Cuasi experimental

Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	La distribución de CUASIEXPRN es normal con la media 0,581 y la desviación típica 0,25.	Prueba Kolmogorov-Smirnov de una muestra	,109	Retener la hipótesis nula.
2	La distribución de CUASIEXPRA es normal con la media 0,547 y la desviación típica 0,23.	Prueba Kolmogorov-Smirnov de una muestra	,199	Retener la hipótesis nula.
3	La distribución de CUASIEXRL es normal con la media 0,710 y la desviación típica 0,24.	Prueba Kolmogorov-Smirnov de una muestra	,061	Retener la hipótesis nula.
4	La distribución de CUASIEXPRI es normal con la media 0,601 y la desviación típica 0,25.	Prueba Kolmogorov-Smirnov de una muestra	,056	Retener la hipótesis nula.
5	La distribución de CUASIEXPERIMENTAL es normal con la media 0,607 y la desviación típica 0,13.	Prueba Kolmogorov-Smirnov de una muestra	,571	Retener la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es ,05.

Fuente: Elaboración Propia

La prueba utilizada considera como hipótesis nula que los datos tienen una distribución normal, como se puede observar, tanto en el grupo de control como en el grupo cuasi experimental, en todos los casos el nivel de significancia es mayor que 0,05 por lo que se retiene la hipótesis nula. Es decir que los datos se distribuyen normalmente con la media y desviación típica indicada en cada caso. Por tal razón se procede a realizar la prueba de hipótesis con la prueba T-student de diferencia de medias, para muestras independientes.

2.2 Prueba de la Hipótesis General:

I. Planteamiento de las hipótesis:

HG: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el razonamiento matemático de las estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús” de Riobamba-Ecuador

Ho: El uso de estrategias didácticas cognitivas no mejora el razonamiento matemático de las estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús” de Riobamba-Ecuador

HG: $\mu_A < \mu_B$

Ho: $\mu_A = \mu_B$

II. Nivel de significancia:

$\alpha = 0{,}05$

III. Criterio: Rechace Ho si tc < -1,66, por ser un estudio a una cola izquierda

IV. Cálculos: Se ha utilizado el SPSS con la prueba T para muestras independientes:

Tabla 25: Promedios razonamiento Matemático pos test

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO	POS TEST CONTROL	POS TEST CUASI EXPERIMENTAL
MEDIA	45%	61%

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 26: Prueba de la Hipótesis General

		Prueba T para la igualdad de medias						
		t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
							Inferior	Superior
RAZ. MAT.	Se han asumido varianzas iguales	-5,514	74	,000	-,16288	,02954	-,22173	-,10402

Fuente: Elaboración Propia

V. Decisión: Como tc = -5,5 < -1,66, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación, esto es: El uso de estrategias didácticas mejora el razonamiento matemático de las estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús” de Riobamba-Ecuador

2.3 Prueba de la Hipótesis Específica 1:

I. Planteamiento de las hipótesis:

H1: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el desarrollo del razonamiento numérico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.

Ho: El uso de estrategias didácticas cognitivas no mejora el desarrollo del razonamiento numérico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.

H1: $\mu_A < \mu_B$

Ho: $\mu_A = \mu_B$

II. Nivel de significancia: $\alpha = 0{,}05$

III. Criterio: Rechace Ho si tc < -1,66, por ser un estudio a una cola izquierda

IV. Cálculos: Se ha utilizado el SPSS con la prueba T para muestras independientes:

Tabla 27: Promedio razonamiento numérico

RAZONAMIENTO NUMÉRICO	POS TEST CONTROL	POS TEST CUASI EXPERIMENTAL
MEDIA	46%	58,5%

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 28: Resultado prueba de hipótesis H1

		Prueba T para la igualdad de medias						
		t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
							Inferior	Superior
RAZ. NUM	Se han asumido varianzas iguales	-2,087	74	,040	-,12525	,06002	-,24485	-,00565

Fuente: Elaboración Propia

V. Decisión: Como tc = -2,08 < -1,66, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación, es decir existe evidencia de que el uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el desarrollo del razonamiento numérico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.

2.4 Prueba de la Hipótesis Específica 2:

I. Planteamiento de las hipótesis:

H2: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el desarrollo del razonamiento algebraico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

Ho: El uso de estrategias didácticas cognitivas no mejora el desarrollo del razonamiento algebraico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

H1: $\mu_A < \mu_B$

Ho: $\mu_A = \mu_B$

II. Nivel de significancia: $\alpha = 0{,}05$

III. Criterio: Rechace Ho si tc < -1,66, por ser un estudio a una cola izquierda

IV. Cálculos: Se ha utilizado el SPSS con la prueba T para muestras independientes:

Tabla 29: Promedio razonamiento Algebraico

RAZONAMIENTO ALGEBRAICO	POS TEST CONTROL	POS TEST CUASI EXPERIMENTAL
MEDIA	26%	55%

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 30: Prueba de hipótesis H2

		Prueba T para la igualdad de medias						
		t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
							Inferior	Superior
RAZ. ALG.	Se han asumido varianzas iguales	-5,652	74	,000	-,28887	,05111	-,39070	-,18703

Fuente: Elaboración Propia

V. Decisión: Como tc = -5,65 < -1,66, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación, es decir existe evidencia de que el uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el desarrollo del razonamiento algebraico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

2.5 Prueba de la Hipótesis Específica 3:

I. Planteamiento de las hipótesis:

H3: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el desarrollo del razonamiento lógico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

Ho: El uso de estrategias didácticas cognitivas no mejora el desarrollo del razonamiento lógico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

H1: $\mu_A < \mu_B$

Ho: $\mu_A = \mu_B$

II. Nivel de significancia: $\alpha = 0,05$

III. Criterio: Rechace Ho si tc < -1,66, por ser un estudio a una cola izquierda

IV. Cálculos: Se ha utilizado el SPSS con la prueba T para muestras independientes:

Tabla 31: Promedio razonamiento Lógico

RAZONAMIENTO LÓGICO	POS TEST CONTROL	POS TEST CUASI EXPERIMENTAL
MEDIA	59%	71%

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 32: Prueba de hipótesis H3

		Prueba T para la igualdad de medias						
		t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
							Inferior	Superior
Raz. lógico	Se han asumido varianzas iguales	-2,002	74	,049	-,11371	,05678	-,22685	-,00056

Fuente: Elaboración Propia

V Decisión: Como tc = -2,002 < -1,66, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación, es decir existe evidencia de que el uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el desarrollo del razonamiento lógico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús".

2.6 Prueba de la Hipótesis Específica 4:

I. Planteamiento de las hipótesis:

H4: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el nivel de desarrollo del razonamiento inductivo de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.

Ho: El uso de estrategias didácticas cognitivas no mejora el nivel de desarrollo del razonamiento inductivo de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.

H1: $\mu_A < \mu_B$

Ho: $\mu_A = \mu_B$

II. Nivel de significancia: $\alpha = 0{,}05$

III. Criterio: Rechace Ho si tc < -1,66, por ser un estudio a una cola izquierda

IV. Cálculos: Se ha utilizado el SPSS con la prueba T para muestras independientes:

Tabla 33: Promedio razonamiento Inductivo

RAZONAMIENTO INDUCTIVO	POS TEST CONTROL	POST TEST CUASI EXPERIMENTAL
MEDIA	50%	60%

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 34: Prueba de hipótesis H4

	Prueba T para la igualdad de medias

		t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
							Inferior	Superior
Raz. lógico	Se han asumido varianzas iguales	-1,804	74	,075	-,10685	,05923	-,22487	,01117

Fuente: Elaboración Propia

V. Decisión: Como tc = -1,804 < -1,66, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación, es decir existe evidencia de que el uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el desarrollo del razonamiento inductivo de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.

3. Discusión de los resultados

De los resultados obtenidos en la tabla 9 podemos evidenciar que los dos grupos iniciaron en condiciones similares el experimento.

En la tabla 15 correspondiente al resumen de los resultados del pos test, vemos que el grupo cuasi experimental presenta mejores resultados en lo que se refiere a razonamiento lógico e inductivo. En todos los casos la diferencia entre los promedios de desarrollo de razonamiento entre el grupo de control y cuasi experimental es significativa, siendo en todas las categorías mayor el porcentaje de desarrollo del grupo cuasi experimental.

De la prueba de la hipótesis específica 1 se puede concluir que en promedio hay un 46% de desarrollo del razonamiento numérico en las estudiantes del grupo de control frente a un 59% de desarrollo del razonamiento numérico en las estudiantes del grupo Cuasi experimental. Por la inferencia estadística vemos que en el grupo cuasi experimental fue significativamente mayor el desarrollo en cuanto a razonamiento numérico.

De la prueba de la hipótesis específica 2 se puede concluir que en promedio hay un 26 % de desarrollo del razonamiento algebraico en las estudiantes del grupo de control frente a un 55%, (más del doble), de desarrollo del razonamiento con aplicaciones de algebra en las estudiantes del grupo cuasi experimental. Por la inferencia estadística vemos que en el grupo cuasi experimental fue significativamente mayor el desarrollo en cuanto a razonamiento algebraico.

De la prueba de la hipótesis específica 3 se puede concluir que en promedio hay un 60 % de desarrollo del razonamiento lógico en las estudiantes del grupo de control frente a un 71% en las estudiantes del grupo cuasi experimental, siendo en ambos casos los valores más altos obtenidos. Por la inferencia estadística vemos que en el grupo cuasi experimental fue significativamente mayor el desarrollo en cuanto a razonamiento lógico.

De la prueba de la hipótesis específica 4 se puede concluir que en promedio hay un 50 % de desarrollo del razonamiento inductivo en las estudiantes del grupo de control frente a un 60% en las estudiantes del grupo Cuasi experimental. Por la inferencia estadística vemos que en el grupo cuasi experimental fue significativamente mayor el desarrollo en cuanto a razonamiento inductivo.

Por último, en la hipótesis general vemos que las estudiantes del grupo de control en promedio presentan un nivel de desarrollo del razonamiento matemático correspondiente al 45% mientras que el grupo cuasi experimental 61%. Estadísticamente se ha comprobado que la diferencia entre ambos es significativamente menor en el grupo de control. Por otro lado, en el pre test se tuvo un promedio de 35% en el grupo cuasi experimental y de 31% en el grupo de control, por lo que se ha incrementado considerablemente. Podemos observar; que en lo que mejor puntaje se obtuvo fue en razonamiento lógico e inductivo. Sin embargo, dado que, para esta investigación, el razonamiento matemático recoge estas 4 componentes, consolidando todos los resultados se obtuvo una mejora considerable respecto al grupo de control y a los resultados del pre test.

Del análisis de datos realizado, vemos que, en razonamiento matemático, el grupo de control que se encontraba en la categoría regular se mantiene ahí, mientras que el grupo cuasi experimental pasó de regular a bueno.

Estos resultados muestran que el desarrollo del razonamiento matemático fue mejor con la aplicación del programa de estrategias didácticas cognitivas que contempla el uso de cálculo mental, estrategias de resolución de problemas y creación de problemas, resultados que corroboran los resultados de investigaciones como la de Lázaro(2012) donde se manifiesta la influencia positiva de las estrategias didácticas en el aprendizaje de la Matemática y en este estudio en particular en el razonamiento matemático.

CONCLUSIONES

1) El uso del programa de estrategias didácticas cognitivas mejoró el desarrollo del razonamiento de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”, lo que se evidenció luego de la aplicación del post test, donde el grupo cuasi experimental obtuvo un 61% frente a un 45% del grupo de control. También se observa la mejoría respecto al pre test, en donde el grupo cuasi experimental obtuvo un porcentaje inicial de 35% frente al 61%, que corresponde a un nivel Bueno.

2) El programa de estrategias didácticas cognitivas mejoró significativamente el desarrollo del razonamiento numérico, donde se obtuvo un porcentaje de 59% del grupo cuasi experimental frente a un 46% del grupo de control. Así mismo hay mejoría respecto al pre test pasando del 50% al 59% que corresponde a un nivel bueno.

3) En cuanto el razonamiento algebraico, se observa una mejoría, ya que el grupo cuasi experimental obtuvo un 55% frente al 26% del grupo de control, pasando además del 14% en el pre test al 55% en el pos test, que corresponde a un nivel Bueno.

4) La propuesta aplicada mejoró el razonamiento lógico, donde el grupo cuasi experimental obtuvo en el pos test un 71% frente al 60% del grupo de control, porcentaje que ubica al grupo que trabajó con el programa en un nivel muy bueno.

5) Mejoró el razonamiento inductivo con la aplicación de la propuesta, donde el grupo cuasi experimental, pasó de un 19% en el pre test a un 60% en el pos test que es valorado como un nivel Bueno. De igual manera el resultado obtenido por el grupo de control fue de 50% frente al 60% del grupo cuasi experimental.

6) Para un docentes resulta muy importante el conocimiento de estrategias didácticas cognitivas para incorporarlas en su trabajo docente y lograr mejorar el desarrollo de habilidades en los estudiantes tales como el razonamiento matemático.

RECOMENDACIONES

1. A las autoridades del Ministerio de Educación, de las Coordinaciones zonales y de los Circuitos educativos, se recomienda planificar capacitaciones para los docentes de Matemática que les permita conocer y utilizar estrategias didácticas cognitivas para desarrollar el razonamiento matemático de los estudiantes de las Instituciones educativas con el fin de obtener mejores resultados al terminar el Bachillerato.

2. Recomendamos a los docentes de la Institución fortalecer el razonamiento numérico de sus estudiantes a través de las estrategias presentadas, especialmente para ejercitar el cálculo mental con una actividad permanente durante sus clases.

3. Es importante que los docentes de la institución apliquen estrategias didácticas cognitivas que fortalezcan el razonamiento algebraico, el cual es muy importante para el posterior desenvolvimiento de los estudiantes en sus estudios posteriores.

4. Los docentes de Matemática deben incorporar en sus planificaciones estrategias didácticas cognitivas que fortalezcan el desarrollo del razonamiento lógico, las cuales pueden adaptarse al nivel en el que cumpla sus actividades académicas.

5. Los docentes deben utilizar el programa de estrategias propuesto con el fin de mejorar el razonamiento inductivo y ayudar a fortalecer los procesos de generalización y abstracción de los estudiantes.

6. Se recomienda incorporar la propuesta del programa de estrategias didácticas cognitivas en los procesos de formación de los futuros docentes de Matemática de la Universidad Nacional de Chimborazo.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

FUENTES IMPRESAS:

Asociación Fondo de Investigadores y Editores. (2012). *Razonamiento Matemático*. Ed. Lumbreras.

Bastidas, P (2004). Estrategias y técnicas didácticas. Quito: SyA Editores.

Blanco, M. F. A., Gómez, I. A., y Claver, J. B. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y representaciones*, *4*(1), 169–218.

Boyer, C. (2010). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Editorial.

Benedito, E. (2000). *Didáctica de la matemática moderna*. México: Trillas.

Cattaneo L, Lagreca, N., González, M. y Buschiazzo, N.(2015). *Didáctica de la Matemática*. Argentina: Homo Sapiens Ediciones.

Castro, E., Rico, L.y Castro, E.(1996). *Números y Operaciones. Fundamentos para una aritmética Escolar*. España: Ed. Síntesis

Campbell, L., Campbell, B.,y Dickenson, D. (2002). *Inteligencias múltiples*. Usos prácticos para la enseñanza y el aprendizaje. Buenos Aires, Argentina: Editorial Troquel S. A.

Carrasco, J. (2004). Una didáctica para hoy. Madrid: Ediciones Rialp, S.A.

Carretero, M. y Asensio, M.(2014). *Psicología del Pensamiento*. Madrid: Alianza Editorial.

Cerda, G; Ortega, R; Pérez, C; Flores, C y Melipillán, R(2011). Inteligencia lógica y rendimiento académico en matemática: un estudio con estudiantes e

Educación Básica y Secundaria de Chile. Revista Anales de Psicología. 27(2).

D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

De Castro Hernández, C. (s/f). Escuela Universitaria La Salle. Universidad Autónoma de Madrid.

De Miguel, Lerra, De la Rosa(2012). *Razonamiento Matdemático. México: Limusa.*

Díaz Barriga, F. y Hernández, G.(2010). *Estrategias docente para un aprendizaje significativo.* México: Mc Graw Hill.

Fernández, J(2010). *La resolución de problemas matemáticos*. Madrid: Grupo Mayéutica

Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz M., Ferrando, M. y Prieto, M. (2008). Estudio del razonamiento lógico-matemàtico desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de Psicología*, 24(2). 213-222.

Godino, J. y Font, V.(2003). *Razonamiento Algebraico y su Didáctica para maestros*. Proyecto Edymat-Maestros.

Goñi, J. (2011). Didáctica de las Matemáticas. En G. J. otros, *Didáctica de las Matemáticas.* Barcelona: GRAÓ.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2003). Metodología de la investigación. La Habana: Editorial Félix Varela, 2.

Iriarte, F., Espeleta, Á., Zapata, E., Cortina, L., Zambrano, E. y Fernández, F. (2010). El razonamiento lógico en estudiantes universitarios. En: *Zona próxima*. (12) enero- junio. Instituto de Estudios en Educación. Universidad del Norte.

Jácome, A. E. C., Mercado, J. E., Palacio, E. T., y Suarez, A. R. M. (2014). Estrategias didácticas para potenciar el pensamiento matemático a partir de situaciones del entorno métrico. *Revista Científica*, 3(20), 12–25.

Jiménez, J(2012), *Estrategias de cálculo mental*. IES Alhama de Corella.

Labinowicz, E.(1998). *Introducción a Piaget*. México: Addison Wesley.

Lexus. (2003). *Jugando con la matemática*.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR. (2010). *Curso de Didáctica de las Matemáticas.* Quito: Dinse.

Miller, C., Heeren, V., y Hornsby, J. (2006). Matemática: Razonamiento y Aplicaciones. México: Pearson.

Moreno, L. y Waldegg, G.(2001). Constructivismo y Educación Matemática. En M.A. González. (Coord. Ed.). *La enseñanza de las Matemáticas en la escuela secundaria*. (pp. 13-32). México: Secretaría de Educación Pública.

Narváez, F. (2015). *Guía Práctica para el examen de ingreso a Universidades, evaluación docente y servidores públicos*. Quito-Ecuador: EDUCATEMAS.

Ñaupas, H., Mejía. E, Novoa, E yVillagómez, A.(2011). *Metodología de la investigación científica y asesoramiento de tesis*. Lima: Editorial de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

OCEANO. (2004). *Sabelotodo. 1000 desafíos para tu inteligencia*. OCEANO.

Gutiérrez, L., Martínez, E. y Nebrera, T. (2008). Las competencias básicas en el área de Matemáticas. Consejería de Educación de Cantabria: España.

Pareja, D. (2008). *Aproximación a la Epistemología de las Matemáticas*. En D. P. Heredia, Armenia.

Parra, B. (2001). Dos concepciones de resolución de problemas de Matemáticas. En M.A. González. (Coord. Ed.). *La enseñanza de las Matemáticas en la escuela secundaria*. (pp. 13-32). México: Secretaría de Educación Pública.

Pazmiño, R. y Urquizo A.(1999). *Didactica De La Matematica.* Riobamba.

Pérez, M. (2014). *Solución de problemas*. En. Carretero, M. y Asensio, M.(2014). *Psicología del Pensamiento*. Madrid: Alianza Editorial.

Pizarro, F. (1995). *Aprender a razonar*. Madrid: Alhambra Longman.

Riart Vendrell, J. (2011). Importancia del razonamiento numérico en la enseñanza obligatoria. En *ISEP Valério, N.,Science Nº 01*, 76-89.

Ribeiro, D., Valério, N. y Gomes, J. (2009). *Cálculo Mental*. ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA.

Ruesga, M.(s.f). Educación del razonamiento lógico matemático en educación infantil. (Tesis doctoral). Universidad de Barcelona, España.

Ruíz, A. (s.f.). *Historia y Filosofía de las Matemáticas*. COSTA RICA.

Ruiz, R. (2006). Historia y evolución del pensamiento científico. México, México: Edición electrónica gratuita.

Salazar, S. F. (2012). *El conocimiento pedagógico del contenido como modelo de mediación docente*. San José, Costa Rica: Coordinación Educativa y Cultural (CECC/SICA).

Sánchez A, B. J. (2009). La Sociedad Del Conocimiento y Las Tics: Una Inmejorable Oportunidad Para El Cambio Docente. Pixel_Bit: Revista de medios y educación, 179-204.

SENESCYT. (2012). *Desarrollo del pensamiento Tomo 3.* Quito: SNNA.

Tapia, J y Colaboradores (1992). *Leer, comprender y pensar*. Madrid: Centro de publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia: C.I.D.E.

Timoteo, S. (2010). *Razonamiento Matemático*. Lima: San Marcos.

Urquizo Alcívar, A. (2002). *Análisis de las características teórico metodológicas de los textos de Matemática y su relación con el nivel de satisfacción de las necesidades de aprendizaje de los alumnos de octavo año de educación básica de la ciudad de Riobamba. Propuesta de un nuevo texto complementado con software educativo*. (Tesis de maestría no publicada). Universidad Nacional de Chimborazo. Riobamba.

Urquizo Huilcapi, A. y Urquizo Alcívar, A. (1998). Matemática Fundamental. Riobamba:Edipcentro.

Urquizo Huilcapi, A. (2005). *Cómo realizar la tesis o una investigación*. Riobamba: Ed: Gráficas Riobamba.

Urquizo Huilcapi, A.(2007). Competencias en Matemática. XV Curso Nacional de Matemática. (pp. 19-24). Riobamba-Ecuador.

Valencia, E.(2013). Desarrollo del cálculo mental a partir de entrenamiento en combinaciones numéricas y estrategias de cálculo. *Revista Números*. 84, 5-23.

Vidal, R.(2012). *Diversiones matemáticas*. España: Editoral Reverté S.A.

Yataco, L. y Fuentes, S. (s.f). *Bases Teóricas contemporáneas del aprendizaje*. Perú: Gráfica Nelly.

FUENTES DIGITALES:

Antezana, R. (2010). Estrategias para el pensamiento lógico. Obtenido de: https://es.scribd.com/document/321633671/225668455-Estrategias-Para-El-Pensamiento-Logico-Pca-2011

Barrio de la Puente, J.(2004). *Análisis y valoración del razonamiento lógico y la abstracción matemática en las personas adultas*. Revista Complutense de Educación. Vol. 15 N°1. 185-202. Obtenido de: http://revistas.ucm.es/index.php/RCED/article/view/RCED0404120185A/16317

Blanco, R.(2013). *El pensamiento lógico desde la perspectiva de las neurociencias cognitivas*. (Tesis doctoral), Universidad de Oviedo. España. Obtenido el 2 de febrero 2016 de: http://eikasia.es/documentos/rafaelblanco.pdf

Castro, E., Cañadas, M.y Molina, M.(2010). El razonamiento inductivo como generar de conocimiento matemático. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*. (54). 55-67. Obtenido de: http://seminariosuc.bligoo.cl/media/users/28/1427631/files/471537/Razonamiento_inductivo.pdf

Cañizales, T. (08 de 2008). Monografias.com. *Obtenido de Estrategias lúdicas para la integración social de alumnos con problemas de aprendizajes de 3º grado*: http://www.monografias.com/trabajos65/estrategias-ludicas-alumnos-problemas-aprendizaje/estrategias-ludicas-alumnos-problemas-aprendizaje2.shtml

Ciucci, M., Nassif, Y., Larcher, L., y Monzón, L. (2013). Estrategias cognitivas para resolver problemas matemáticos en alumnos de Profesorado en Enseñanza Básica. Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/4063/

Domínguez, Z.(2011). Las estrategias didácticas y su relación con el aprendizaje de las ciencias sociales en los alumnos de primer año de secundaria de la I.E. Miguel Cortés de Castilla, 2011. Obtenido de:

https://www.google.com.pe/url?sa=tyrct=jyq=yesrc=sysource=webycd=5ycad=rjayuact=8yved=0ahUKEwjF49uL0o7TAhWD7iYKHa8ID94QFggwMAQyurl=http%3A%2F%2Fwww.unp.edu.pe%2Finstitutos%2Fiipd%2Ftrabajosinvestigacion%2FEDUCACION-ZOZIMO-1.docxyusg=AFQjCNFxEPDcm8aQW6FYHvcVlocEngCDvwybvm=bv.151426398,d.eWE

Espeleta, A., Fonseca, A. y Zamora, W. (2014). *Estrategias didácticas: un componente de la plaificación de la lección de Matematica*. Obtenido de: http://www.cientec.or.cr/sites/default/files/articulos/estrategias-didacticas-anniaespeleta.pdf

Fernández,L,(2014). *Cálculo Mental*. Obtenido de: http://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000726.pdf

Gálvez, G., Cosmelli, D., Cubillos, L., Leger, P., Mena, A., Tanter, E.,…, Soto-Andrade, J., (2011). Estrategias cognitivas para el cálculo mental. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. 14(1). 9-40. Obtenido de: http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v14n1/v14n1a2.pdf

Hernández, A.(2013). Estrategias de solución de problemas matemáticos en estudiantes pre universitarios. Obtenido de: http://funes.uniandes.edu.co/4184/1/Hern%C3%A1ndezEstrategiasCemacyc2013.pdf

Hilario, J.(2012). El aprendizaje cooperativo para mejorar la práctica pedagógica en el Área de Matemática en el nivel secundario de la Institución Educativa "Señor de la Soledad" – Huaraz, región Ancash en el año 2011.(Tesis doctoral). Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima-Perú. Obtenido de: http://cybertesis.unmsm.edu.pe/bitstream/cybertesis/2369/1/Hilario_gj.pdf

Ibarra, M.(s.f). *Estrategias cogitivas y metacogitivas para el aprendizaje*. Obtenido de: file:///C:/Users/RobertoS/Desktop%202/informe%20final%20enviar/material/179962357-ESTRATEGIAS-COGNITIVAS-Y-METACOGNITIVAS-PARA-EL-APRENDIZAJE-pdf.pdf

Lázaro D.(2012). *Estrategias didácticas y aprendizaje de la matemática en el programa de estudios por experiencia laboral* (Tesis doctoral). Universidad San Martín de Porres, Perú. Obtenido el 2 de febrero 2016 de: http://www.repositorioacademico.usmp.edu.pe/bitstream/usmp/613/3/lazaro_db.pdf

Malaspina, U. (2015). *Creación de problemas: sus potencialidades en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.*Obtenido el 10 de marzo 2016 de: http://irem.pucp.edu.pe/wp-content/uploads/2015/07/Conferencia-en-CIAEM_2015-U.-Malaspina.pdf

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR. (2016). *Currículo de EGB y BGU. Matemática*. Obtenido de: https://educacion.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2016/03/MATE_COMPLETO.pdf

Orlando M.(2014). *Razonamiento, solución de problemas matemáticos y rendimiento académico*.(Tesis doctoral). Universidad de San Andrés, Argentina. Obtenida el 6 de febrero 2016 de: http://repositorio.udesa.edu.ar/jspui/bitstream/10908/10908/1/%5BP%5D%5BW%5D%20T.%20D.%20Edu.%20Orlando,%20Mario.pdf.

Paniagua, L. y Vega, M.(2006). Teoría de las inteligencias múltiples en la práctica docente en educación preescolar. Revista Educare. Vol. XII N° 1. 135-149. Obtenido de:

file:///C:/Users/RobertoS/Desktop%202/material%20Angie/Dialnet-LaTeoriaDeLasInteligenciasMultiplesEnLaPracticaDoc-4781009.pdf

Serna, E. y Florez, G.(2013). El razonamiento lógico como requisito funcional en Ingeniería. En *Innovation in Engineering, Technology and Education for Competitiveness and Prosperity*. August 14-16,2013 Cancun,Mexico. Obtenido de: http://www.laccei.org/LACCEI2013-Cancun/RefereedPapers/RP221.pdf

Tasenm, J.(2010). Computación y paradojas matemáticas. *Revsita Lámpaskos*. (3), 9-15. Obtenido de: file:///C:/Users/RobertoS/Desktop%202/informe%20final%20enviar/material/Dialnet-ComputacionYParadojasMatematicas-3399412.pdf.

Universidad Tecnológica Indoamérica (2016). *Instructivo para la prueba de ingreso.* Obtenido de: http://documents.mx/documents/modelos-de-ejercicios-para-la-prueba-de-ingreso.html

Viloria, N. y Godoy, G.(2010). Planificación de estrategias didácticas para el mejoramiento de las competencias matemáticas de sexto grado. *Revista Investigación y Postgrado*. 25(1). Obtenido de: http://www.sci el o.org.ve/sci el o.php?scr i pt=sci _ar ttext&pi d=S1316- 00872010000100006

Zumbado, M. y Oviedo, D. (2012). *Ejercicios y juegos para desarrollar el cálculo mental*. Obtenido de: http://www.cientec.or.cr/matematica/2012/ponenciasVIII/Marianela-Zumbado2.pdf

ANEXOS

Anexo 1: Matriz de Problematización:

PROBLEMA	VARIABLES	SUBVARIABLES	INSTRUMENTOS DE COLECTA	CATEGORÍAS DE ANÁLISIS
¿Cómo influye la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento matemático de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús"?	1.-Aplicación de un Programa de Estrategias didácticas cognitivas	V.1.1 Cálculos mentales V.1.2 Estrategias de resolución de problemas V.1.3 Creación de problemas	Programa de aplicación de estrategias didácticas Cuestionario	• Estrategias didácticas cognitivas • Razonamiento matemático
	2.- Razonamiento matemático	V.2.1 Razonamiento numérico V.2.2 Razonamiento algebraico V.2.3. Razonamiento lógico V.2.4. Razonamiento inductivo	Pre test Post test	

Anexo 2: Cuadro de consistencia

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES E INDICADORES	METODOLOGIA
Problema general **¿Cómo influye la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento matemático de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”?** **Problemas específicos** **1. ¿Cómo influye la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento numérico de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”?** **2. ¿De qué manera la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas influye en el desarrollo del razonamiento algebraico de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”?** **3. ¿Cómo influye la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del Razonamiento lógico de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”?** **4. ¿De qué manera la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas influye en el desarrollo del razonamiento inductivo de las estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”?**	**General** **Demostrar que la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas influye en el desarrollo del razonamiento matemático en estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús” de Riobamba-Ecuador.** **Específicos** **a) Comprobar la influencia de la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento numérico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.** **b) Establecer la influencia de la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento algebraico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.** **c) Emplear estrategias didácticas cognitivas y establecer su influencia en el desarrollo del razonamiento lógico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.** **d) Comprobar la influencia de la aplicación de un programa de estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento inductivo de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.**	**General** **El uso del programa de estrategias didácticas cognitivas mejora el razonamiento matemático de las estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús” de Riobamba-Ecuador** **Específicas** **H1: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el nivel de desempeño en la resolución de problemas de aplicación de cálculos numéricos de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.** **H2: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el nivel de nivel de desempeño en la resolución de problemas de aplicación del álgebra de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.** **H3: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el nivel de nivel de desempeño en la resolución de problemas de aplicación de razonamiento lógico de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.** **H4: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el nivel de nivel de desempeño en la resolución de problemas de aplicación de razonamiento inductivo de las estudiantes del tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”.**	**Variable Independiente: Estrategias didácticas cognitivas**	**Estrategias didácticas:** **Cognitivas:** • **- Uso de Cálculo mental** • **Conocimiento de estrategias para la resolución de problemas** **Uso de:** • **Problemas sin números** • **Problemas incompletos** • **Enunciados sin preguntas** • **Preguntas sin enunciado** • **Creación de problemas.** • **Facilidad para crear problemas sencillos de cálculo numérico.** • **Facilidad para crear problemas de razonamiento**	**Tipificación de la investigación.** **Aplicada y de campo** **Diseño de investigación** **Cuasi experimental** **Población** **344 estudiantes** **Muestra** **No probabilística** **76 de tercer año de bachillerato** **Instrumentos.** **- Encuesta** **-Test de razonamiento matemático.**
			Variable Dependiente: Razonamiento **matemático.**	**Razonamiento numérico** • **Manipulación de símbolos numéricos** • **Precisión en la respuesta** **Razonamiento algebraico** • **Facilidad para pasar de lenguaje natural a algebraico** **Precisión en la respuesta** **Manipulación de símbolos literales** **Razonamiento lógico** • **Análisis para la resolución de un problema** • **Inferencias correctas** • **Precisión en la respuesta** **Razonamiento inductivo** • **Nivel de generalización** • **Identificación de patrones** • **Precisión en la respuesta**	

				Nivel de dificultad en la resolución de problemas de razonamiento matemático • **Identificar, interpretar y resolver operaciones aritméticas** • **Manipulación de lenguaje algebraico** • **Análisis e inferencias para la resolución de un problema** • **Plantear soluciones correctas** • **Realizar generalizaciones**	

Anexo 3: Operacionalización de variables

Operacionalización variable independiente

Variable	Definición conceptual	Definición Operacional	Categorías	Indicadores	SESIONES	CRONOGRAMA (2014)	Instrumento
Variable Independiente Programa de Estrategias didácticas cognitivas	Secuencias integradas de procedimientos o actividades que se eligen con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento y/o utilización de la información. (Pozo, 1990, citado en Antezana, 2012, p.20)	Procedimientos y actividades favorecedoras al aprendizaje que se eligen con el propósito de facilitar la utilización de sus conocimientos en la resolución de problemas de razonamiento matemático apoyadas en cálculos metales, resolución de problemas y creación de problemas (Urquizo, 2014)	Cálculos mentales	• Resuelven problemas utilizando cálculos mentales	Actividad 1 3 sesiones	Semana1:10-14 de marzo	Programa de aplicación de estrategias didácticas cognitivas Cuestionario
			Resolución de problemas	- Conoce y aplica estrategias para la resolución de problemas - Resuelve Problemas sin números - Resuelve problemas incompletos - Resuelve problemas con enunciados sin preguntas - Resuelve problemas con preguntas sin enunciado - Resuelve problemas de razonamiento aplicando cálculo numérico - Resuelve problemas de razonamiento con aplicaciones de álgebra - Resuelve problemas de razonamiento lógico - Resuelve problemas de razonamiento inductivo	Actividad 2 3 sesiones Actividad 3 3 sesiones Actividad 4 3 sesiones Actividad 5 3 sesiones Actividad 6 3 sesiones Actividad 7 3 sesiones Actividad 8 3 sesiones Actividad 9 3 sesiones Actividad 10 3 sesiones	Semana2: 24 - 28 de marzo Semana 3: 31 marzo - 4 de abril Semana 4:7 - 11 de abril Semana 5: 14 – 18 abril Semana 6: 22 – 25 abril Semana 7: 28 abril – 2 de mayo Semana 8: 5 – 9 mayo Semana 9:12- 16 mayo Semana 10: 19 – 23 mayo	
			Creación de problemas	Crea problemas sencillos de aplicación de cálculos numéricos Crea problemas sencillos de aplicación de razonamiento lógico Crea problemas sencillos de aplicación de razonamiento inductivo Crea problemas sencillos de aplicación de algebra	Actividad 11 3 sesiones	Semana 11: 26 – 30 mayo	

Operacionalización variable dependiente

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Categorías	Indicadores	Ítems	Índices	Instrumento
Variable Dependiente Razonamiento matemático	Es una operación lógica mediante la cual, partiendo de uno o más juicios, se deriva la validez, la posibilidad o la falsedad de otro juicio distinto. Ruiz(2006).	Razonamiento aplicado a la resolución de problemas matemáticos relacionados a procesos de razonamiento numérico, algebraico, lógico e inductivo. (Urquizo, 2014)	Razonamiento numérico	• Manipula de símbolos numéricos • Plantea correctamente de operaciones • Precisión en la respuesta	1-4 del test	0-25% BAJO 26%-50% REGULAR 51%-75% BUENO 76%-100% MUY BUENO	Pos test
			Razonamiento Algebraico	• Facilidad para pasar de lenguaje natural a algebraico • Facilidad para comprender lenguaje algebraico • Precisión en la respuesta	5-8 del test		
			Razonamiento lógico	• Análisis para la resolución de un problema • Inferencias correctas • Precisión en la respuesta	9-12 del test		
			Razonamiento inductivo	• Nivel de generalización • Facilidad para plantear soluciones a los problemas • Precisión en la respuesta	13-16 el test		

Anexo 4: Pre test

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, Decana de América
ESCUELA DE POST GRADO
FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIDAD DE POSGRADO
DOCTORADO EN EDUCACION

IMPORTANCIA DE LAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS COGNITIVAS EN EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO DE LA UNIDAD EDUCATIVA "SANTA MARIANA DE JESÚS" DE RIOBAMBA-ECUADOR. 2014

INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

1) FICHA TÉCNICA

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

AUTORA: ANGÉLICA URQUIZO

DURACIÓN: 60-80 MINUTOS

AMBIENTE: UNIDAD EDUCATIVA "SANTA MARIANA DE JESÚS"

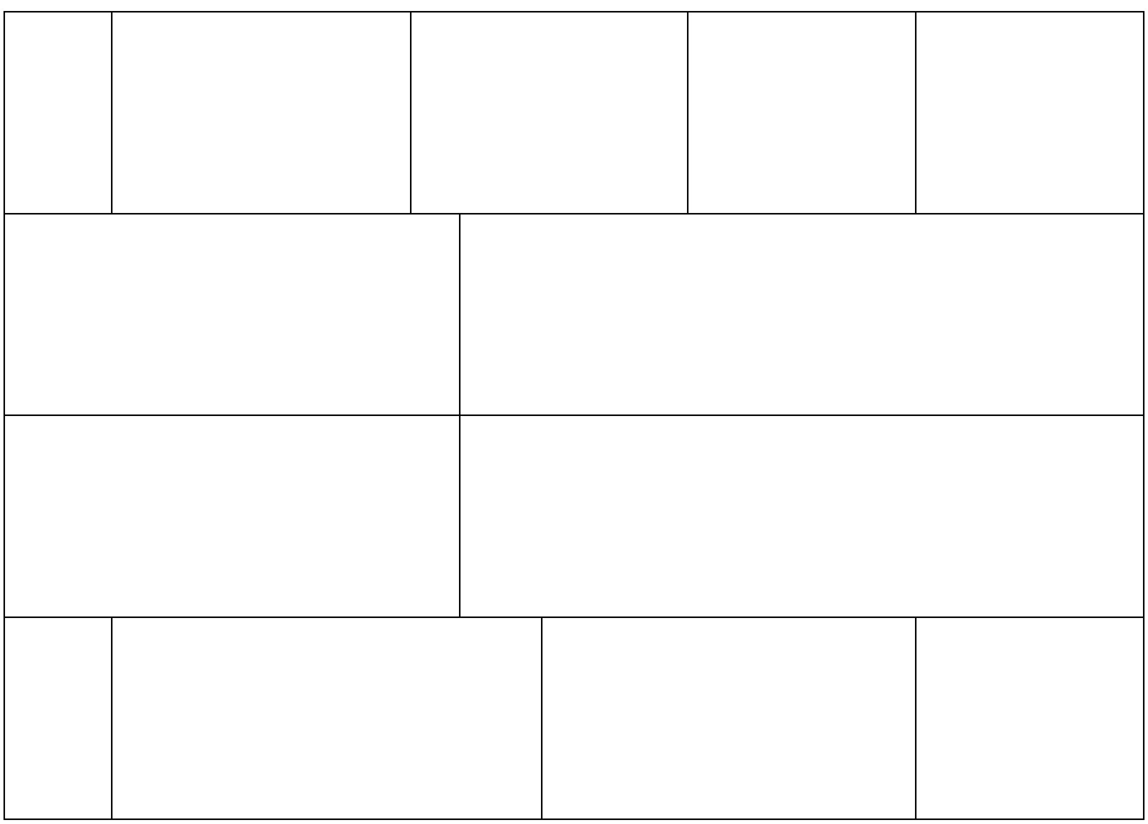
PRE -TEST SOBRE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

INSTRUCCIONES:

Saludos cordiales, el objetivo del presente instrumento es determinar su nivel de razonamiento matemático antes de utilizar estrategias didácticas que ayuden a mejorarlo. Por tal razón le solicitamos de la manera más comedida responder en la forma más sincera a las siguientes preguntas. Por favor escribir el planteamiento del problema, el proceso de resolución y la respuesta. No necesita poner su nombre y la información recibida es confidencial. Agradecemos por su colaboración.

1) Jorge, Carla, Lorena, Mariano y Alan viven en la misma manzana y son compañeros de escuela.

- Lorena y Mariano tienen cuatro familias vecinas
- Carla tiene un compañero de escuela en cada una de las dos viviendas vecinas en la manzana
- Lorena es vecina de Jorge y de Carla, pero no de Alan
- Alan tiene cinco familias vecinas
- Si llamamos vecinos a quienes tienen casas con terrenos linderos, y en cada terreno vive sólo una familia en una única vivienda, indica en el siguiente mapa que representa la manzana dónde vive cada niño.



2) Dos cajas se equilibran con tres pesas

   Una lata se equilibra con una caja

   Una bolsita requiere el agregado de una pesa para equilibrar una lata

   ¿Cuántas bolsitas se necesitan para equilibrar el peso de una lata? Rpta: …………………

3) Juan dice: “Hoy he visitado al hijo del padre de la madre del hermano del hijo del suegro de la mujer de mi hermano”, entonces Juan visitó a su:

   a) Cuñado b) abuelo c) tío d) padre e) tío abuelo

4) Cuatro inquilinos viven en un edificio de 4 pisos. Pablo vive en el primer piso; César vive más abajo que José y Percy vive en el piso inmediatamente superior a César. ¿En qué piso vive Percy?

   b) Primer piso b) segundo piso c) tercer piso d) cuarto piso d) faltan datos

5) Subraye la respuesta correcta:

   Si Ningún hombre es inmortal y Todo racional es hombre entonces:

   e) Ningún racional es inmortal
   f) Todo racional es inmortal
   g) Ningún racional es inmortal
   h) Todo irracional es inmortal
   i) Ningún mortal es racional

6) Un guerrero debe cumplir una difícil misión, para probar su inteligencia ha sido encerrado en una pequeña habitación con dos puertas y sólo una lo libra del peligro, Le entregaron un papiro con las reglas que permiten descifrar el código con el que fue escrito el cartel ubicado sobre una de las puertas: 548264. ¿Qué dice este código?

   Las reglas son: A+I = D; 2xA=L; L+A=IxD; D-I=4; S=D-1 Código:

   …………………….

7) Identifica el número que cumple con las siguientes pistas:

   Es un número de 6 cifras; la suma de las cifras es 33, cada cifra es una unidad mayor que la siguiente (de derecha a izquierda).

8) Nuestras edades suman 47 años; sin embargo, cuando tenías 15 años yo tenía la edad que tendrás dentro de 2 años. ¿Qué edad tienes?

   b) 30 b) 20 c) 10 d) 15 e) 18

9) Si al doble de la edad de Antonio se resta 17 años, resulta menor que 35; pero si a la mitad de su edad se suman 3 años; resulta mayor que 15. Hallar la edad de Andrés que nació 11 años antes que Antonio.

   b) 36 años b) 25 años c) 14 años d) 30 años e) 24 años

10) Las edades de una madre y sus dos hijas suman en total 36 años. Calcular la edad de la menor, sabiendo que la hija mayor tiene dos veces la edad de la otra y que la madre tiene una edad igual al triple de la suma de las edades de sus hijas.

b) 1 año b) 2 años c) 3 años d) 4 años e) 5 años

11) Si: $\sqrt{x} + 1/\sqrt{x} = \sqrt{7}$ Hallar: $x^3 + 1/x^3$ Rpta: …………………

12) En un concurso de pasteleros ganará quien logre fabricar la mayor cantidad de pasteles al término del día. Uno de estos cuatro concursantes ha resultado ganador.

Cristina hizo cuatro veces la tercera parte de lo que hizo Pedro

La cuarta parte de lo que hizo Pedro es la quinta parte de lo que hizo Marcos

Marcos superó a Ana por un pastel

Si Ana hizo 14 pasteles ¿quién ganó el concurso? Rpta: ……………………..

13) En una votación el número de votos, oscila entre 215 y 186, de tal manera que, si se cuentan de 5 en 5 o de 7 en 7, siempre sobran 3. ¿Cuántos son los votos?

a)208 b) 213 c) 198 d) 193

14) A puede hacer una obra en 5 días, B en 6 días y C en 7 días. ¿En cuánto tiempo pueden hacer la obra los tres juntos?

Rpta: …………………

15) Si una cantidad es disminuida en su 20% ¿en qué tanto por ciento se debe aumentar la nueva cantidad para volverlo a su valor inicial?

Rpta: …………………

16) Dada la siguiente sucesión: 2^1+5; 8^3+11; 14^6+17; $20^{10}+23$; . . .;$a^{465}+$; x^y+z, el valor de (x+y-z) es:

b) 98 b) 493 c) 310 d)129 e) 110

17) Dadas las siguientes sucesiones:

5; 8; 11; 14; . . .

166;162;158;154, . . .

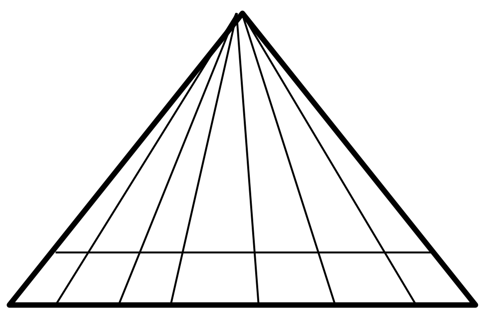
¿Cuál será el término común a ambas, sabiendo que ocupan el mismo lugar?

b) 72 b) 73 c) 74 d) 75 e) 76

18) Dada la siguiente progresión aritmética $\sqrt{x}$;14, y+1,24, el valor de (2x+3y) es:

b) 99 b) 577 c) 216 d) 210 e) 321

19) Halla el número total de triángulos en la figura:



Rpta: …………………

20) Si $a^2 * b^3 = 3a+4b$, el valor de 16*27 es:

b) 20 b) 21 c) 17 d) 24 e) 15

Anexo 5: Pos test

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Universidad del Perú, Decana de América

ESCUELA DE POST GRADO

FACULTAD DE EDUCACIÓN

UNIDAD DE POSGRADO

DOCTORADO EN EDUCACION

IMPORTANCIA DE LAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS COGNITIVAS EN EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO DE LA UNIDAD EDUCATIVA "SANTA MARIANA DE JESÚS" DE RIOBAMBA-ECUADOR. 2014

INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

2) FICHA TÉCNICA

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO
AUTORA: ANGÉLICA URQUIZO
DURACIÓN: 50 MINUTOS
AMBIENTE: UNIDAD EDUCATIVA "SANTA MARIANA DE JESÚS"

TEST SOBRE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

INSTRUCCIONES:

Saludos cordiales, el objetivo del presente instrumento es determinar su nivel de razonamiento matemático. Por tal razón le solicitamos de la manera más comedida responder en la forma más sincera a las siguientes preguntas. Por favor escribir el planteamiento del problema, el proceso de resolución y la respuesta. No necesita poner su nombre y la información recibida es confidencial. Agradecemos por su colaboración.

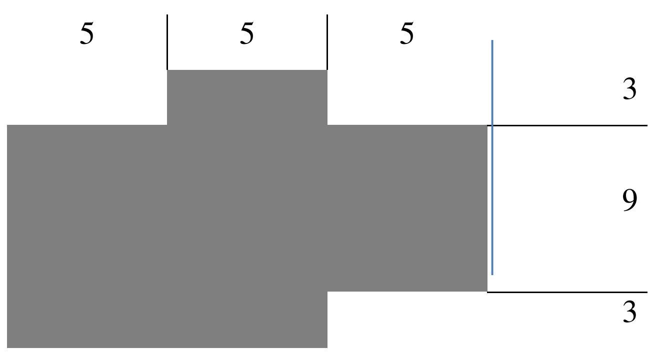
INSTRUCCIONES:

Saludos cordiales, el objetivo del presente instrumento es determinar su nivel de razonamiento matemático. Por tal razón le solicitamos de la manera más comedida responder en la forma más sincera a las siguientes preguntas. No necesita poner su nombre y la información recibida es confidencial. Agradecemos por su colaboración.

1) Sea n= $5^2 x 7^5 x 3 x 12$, ¿por cuánto se debe multiplicar a n para que obtener la menor raíz cúbica exacta?

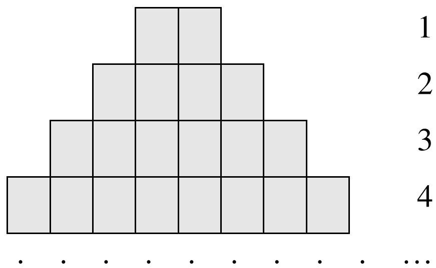
2) En una fiesta, en un determinado momento, los hombres sacaron a bailar a todas las mujeres y se quedaron sin bailar el 20% de los hombres. ¿Qué tanto por ciento de los hombres deberá retirarse para que, al volver a bailar, se queden sin hacerlo el 10% de las mujeres?

3) Un terreno tiene la forma de la región sombreada, si cada m^2 cuesta 50 dólares, ¿cuánto se debe pagar por dicho terreno?



4) Dos secretarias copian 350 problemas en 5 días. ¿Cuántas secretarias serían necesarias para copiar 490 problemas en 7 días?

5) Dada la siguiente figura:



¿Cuántos cuadrados habrá en la fila 15?

6) Un niño ahorra cada semana 5 dólares, si en la décima semana tiene 48 dólares ¿Cuánto tenía cuando empezó a ahorrar?

7) Sean los términos de una sucesión de la forma: 5+33; 55+333; 555+3333; . . . ¿Cuál es el valor del séptimo término?

8) En la siguiente progresión aritmética: $\sqrt{x}$;14, y+1,24; calcular el valor de (2x+3y)

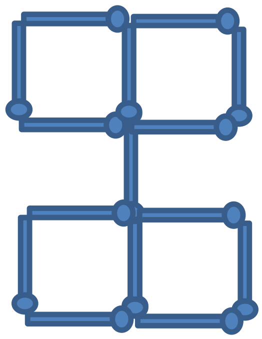
9) Un profesor dice a sus estudiantes: “Durante mis años de docencia he visto que todos los estudiantes excelentes han sido exitosos”, Juan se pone de pie y le dice: Profesor eso no es verdad, por tanto, Juan quiere decir que: (subraye la respuesta que considere correcta)

I. Todos los exitosos han sido excelentes estudiantes
II. Algunos estudiantes excelentes no han sido exitosos
III. Ningún estudiante excelente ha sido exitoso

10) En una familia están presentes: 2 abuelos y 2 abuelas, 3 padres, 3 madres, 3 hijos, 3 hijas, 2 suegras, 2 suegros, 1 yerno, 1 nuera, 2 hermanos y 2 hermanas, ¿Cuántas personas se encuentran presentes como mínimo?

11) En la siguiente figura, ¿cuántas cerrillas se deben mover para obtener 5 cuadrados iguales?

¿Cómo quedaría la figura con los movimientos?



12) Si al doble de la edad de Antonio se resta 17 años, resulta menor que 35; pero si a la mitad de su edad se suman 3 años; resulta mayor que 15. Hallar la edad de Andrés que nació 11 años antes que Antonio

13) Cuatro personas rinden un examen. Si se sabe que: Patricio obtuvo cinco puntos más que Juan, Carlos obtuvo mejor puntaje que Ana y un punto menos que Juan. Ordena de manera creciente los nombres de los estudiantes según sus calificaciones.

14) Un matrimonio dispone de una suma de dinero para ir al teatro con sus hijos. Si compra entradas de \$8 le faltarían \$12 dólares, y si adquiere de \$5 le sobrarían \$15. ¿Cuántos hijos tiene el matrimonio?

15) Un terreno rectangular tiene de largo 3 veces más que de ancho. Si el área es 3 unidades mayor al perímetro del terreno. ¿Cuáles son las dimensiones del mismo?

16) Hace 4 años la edad de Ana era el cuádruple de la edad de Juan, pero dentro de 5 años será el triple. Hallar la suma de las edades actuales.

Anexo 6: Programa de aplicación de las estrategias didácticas para el desarrollo del razonamiento matemático.

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Universidad del Perú, Decana de América

ESCUELA DE POST GRADO

FACULTAD DE EDUCACIÓN

UNIDAD DE POSGRADO

DOCTORADO EN EDUCACION

IMPORTANCIA DE LAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS COGNITIVAS EN EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO DE LA UNIDAD EDUCATIVA “SANTA MARIANA DE JESÚS” DE RIOBAMBA-ECUADOR. 2014

Presentación:

Este programa se ha diseñado con el fin de aplicarse del modo que considere más adecuado el docente, es decir un docente de matemática lo puede integrar dentro de su planificación anual o se lo puede trabajar en forma paralela a la asignatura. Para el caso de la investigación, se lo hará en forma paralela, es decir fuera de las horas de la asignatura de matemática.

Objetivo:

Aplicar estrategias didácticas que ayuden a mejorar el razonamiento matemático de las estudiantes de tercer año de bachillerato.

Planificación:

Se trabajó en períodos académicos de 40 minutos cada uno, 3 períodos semanales, durante tres meses.

ACTIVIDADES	DESCRIPCIÓN	DURACIÓN
1. Operaciones mentales	Entrenar a las estudiantes en la resolución de operaciones en forma mental empezando por simples operaciones aritméticas como sumar, restar, multiplicar, dividir con cantidades de dos cifras hasta operaciones de mayor complejidad como cantidades de tres o más cifras con enteros y fracciones y operaciones utilizando los términos: doble de , triple de, mitad de, cuadrado de, etc.	3 períodos
2. Estrategias de resolución de problemas matemáticos	Hacer conocer a las estudiantes diferentes estrategias de resolución de problemas matemáticos	3 períodos
3. Problemas sin números	Resolver problemas, cuyos enunciados no contengan datos cuantitativos y requieran para su solución una argumentación	3 períodos
4. Problemas incompletos	Resolver problemas incompletos en los cuales a través de razonamientos y distintas posibilidades de datos las estudiantes encuentren soluciones	3 períodos
5. Enunciados sin preguntas	Plantear enunciados de problemas sin preguntas de tal manera que conjuntamente con las estudiantes se puedan establecer posibles preguntas para encontrar soluciones.	3 períodos
6. Preguntas sin enunciados	Plantear preguntas sin enunciados de manera que las estudiantes descubran cuáles son los datos que se necesitan para poder responderlas.	3 períodos

7. Problemas de razonamiento numérico	Resolver problemas de razonamiento que involucren operaciones aritméticas	3 períodos
8. Problemas de algebraico	Resolver problemas de razonamiento para cuya solución se requiera la aplicación de procesos algebraicos	3 períodos
9. Problemas de razonamiento lógico	Resolver problemas de razonamiento lógico analizando inferencias	3 periodos
10. Problemas de razonamiento inductivo	Resolver problemas de aplicación del razonamiento inductivo	3 periodos
11. Creación de problemas de razonamiento	Motivar a las estudiantes a la creación de problemas de razonamiento matemático	3 periodos

Al final se elaborará un documento que recoja las estrategias tanto para docentes como para estudiantes y cada una de las actividades con los ejemplos, ejercicios y recomendaciones.

Anexo 7: Cuestionario sobre nivel de desempeño en la resolución de problemas de razonamiento matemático luego de la aplicación de la propuesta.

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, Decana de América
ESCUELA DE POST GRADO
FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIDAD DE POSGRADO
DOCTORADO EN EDUCACION

IMPORTANCIA DE LAS ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS COGNITIVAS EN EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO DE LA UNIDAD EDUCATIVA “SANTA MARIANA DE JESÚS” DE RIOBAMBA-ECUADOR. 2014

INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

1) FICHA TÉCNICA

NIVEL DE DESEMPEÑO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

AUTORA: ANGÉLICA URQUIZO

DURACIÓN: 10-20 MINUTOS

AMBIENTE: UNIDAD EDUCATIVA “SANTA MARIANA DE JESÚS”

CUESTIONARIO SOBRE NIVEL DE DESEMPEÑO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

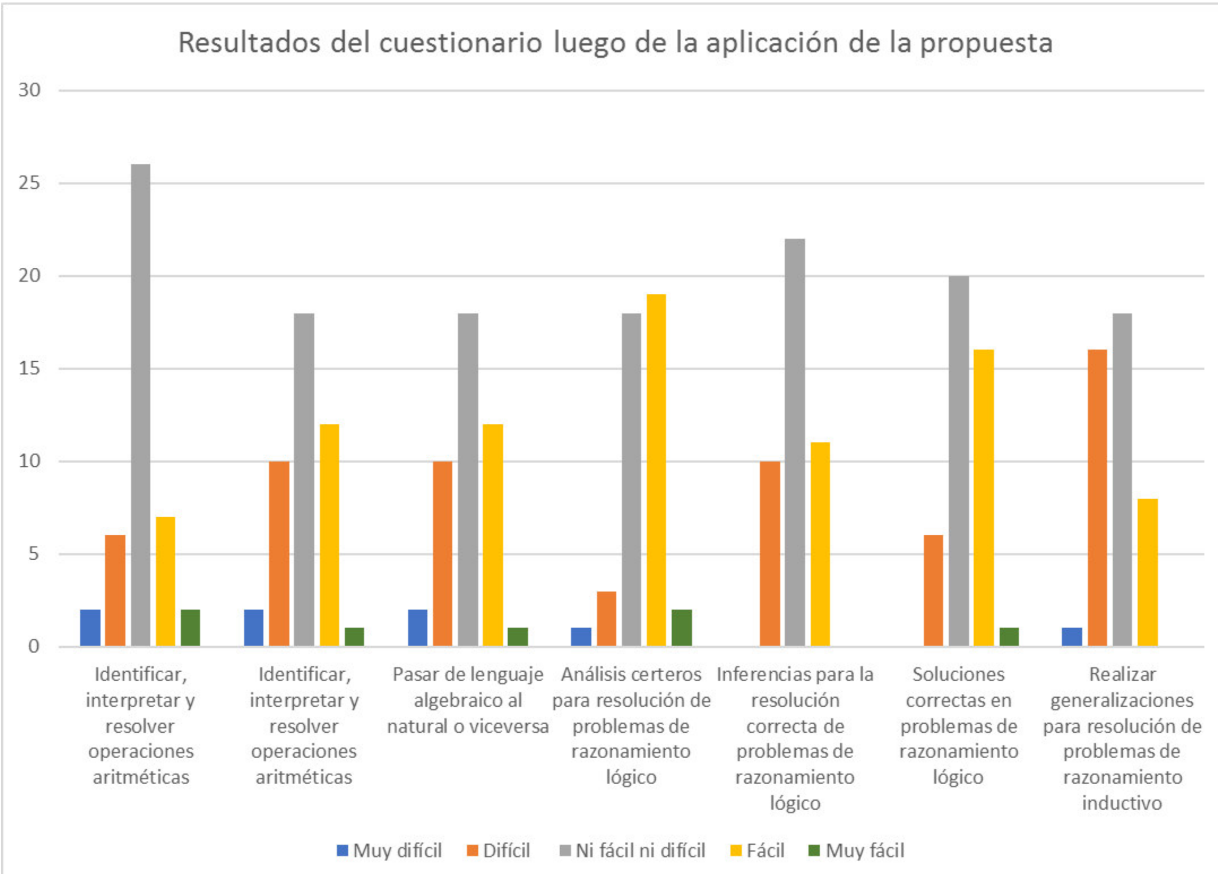
INSTRUCCIONES:

Saludos cordiales, el objetivo del presente instrumento es conocer aspectos relevantes sobre su nivel de desempeño en la resolución de problemas de razonamiento matemático. Por favor responda de la manera más sincera encerrando en un círculo la opción que considere más adecuada para su caso. No es necesario que escriba su nombre. Gracias por la colaboración.

Indicadores	Muy difícil(0)	Difícil (1)	Ni fácil ni difícil(2)	Fácil(3)	Muy fácil(4)
Para la resolución de problemas de razonamiento matemático, el identificar, interpretar y resolver operaciones aritméticas asociadas a dicha resolución le resulta:					
En los ejercicios de razonamiento matemático de aplicación al algebra, el pasar de lenguaje algebraico a lenguaje natural o viceversa le resultó:					
Realizar análisis con los que acertaste la resolución de problemas de razonamiento lógico fue: Realizar inferencias para la resolución correcta de problemas de razonamiento lógico fue:					
En los problemas de razonamiento lógico, el platear soluciones correctas te resultó:					
Realizar generalizaciones para la resolución de problemas de razonamiento inductivo te resultó:					

Anexo 8: Resultados del cuestionario luego de la aplicación de la propuesta

Ilustración 1: Resultados del cuestionario



Fuente: Elaboración Propia

Anexo 9: Certificación de la realización de la investigación en la Unidad Educativa “Santa Mariana de Jesús”

UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR “SANTA MARIANA DE JESUS”
Riobamba-Ecuador

Telef. 2960966
Telefax 2966018
colemarianitasrio@htomail.com
www.uemarianitasriobamba.edu.ec

“Ser firme en sus propósitos, leal en sus sentimientos y que la verdad habite en los labios” (Mercedes de Jesús Molina).

CERTIFICACION

En mi calidad de Rectora de la Unidad Educativa Particular “Santa Mariana de Jesús” de la ciudad de Riobamba, en forma legal,

C E R T I F I C O:

Que la Dra. **Angélica Urquizo Alcívar**, se encuentra realizando desde el mes de marzo del 2014 trabajo de campo relacionado con su investigación “ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS Y SU RELACIÓN CON EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO DE LA UNIDAD EDUCATIVA “SANTA MARIANA DE JESÚS” DE RIOBAMBA-ECUADOR EN EL PERÍODO 2013-2014.”, y lo hará hasta mediados de junio del 2014.

Informo en honor de la verdad y faculto a la persona interesada hacer uso del presente Certificado para los fines consiguientes.

Hna. Marlene López V., r.m.,
RECTORA

UNIDAD EDUCATIVA "SANTA MARIANA DE JESUS" RECTORADO RIOBAMBA - ECUADOR

Riobamba, 4 de Junio del 2014

Anexo 10: Certificado del Taller de socialización de la propuesta en la UNACH

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CHIMBORAZO
VICERRECTORADO DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN
VINCULACIÓN CON LA SOCIEDAD
DIRECCIÓN
Exts. 2007 - 2004

Libres por la Ciencia y el Saber

CERTIFICACIÓN

A petición verbal de parte interesada, el Director de Vinculación con la Sociedad, certifica Que:

La Doctora Angélica María Urquizo Álcivar, portadora de la Cédula de Ciudadanía número 0602763534, docente de la Carrera de Ciencias Exactas de la Facultad de Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías, participó como Capacitadora del Taller **Estrategias cognitivas para el desarrollo del razonamiento matemático** dirigido a estudiantes de Cuarto Semestre de Ciencias Exactas, quienes forman parte del proyecto de vinculación "Desarrollo de las habilidades del pensamiento en los estudiantes de segundo y tercer año de Bachillerato de la Ciudad de Riobamba".

Es cuanto puedo certificar en honor a la verdad, facultando a la interesada hacer uso de la presente, según convenga a sus intereses y en forma legal.

Riobamba, 30 de enero del 2017

Dr. José Álvarez Román
DIRECTOR DE VINCULACIÓN CON LA SOCIEDAD

Szd

Campus Norte "Edison Riera R." Avda. Antonio José de Sucre, Km. 1.5 Vía a Guano Teléfonos: (593-3) 3730 880 - ext. 3000
Campus "La Dolorosa" Avda. Eloy Alfaro y 10 de Agosto. Teléfonos: (593-3) 3730 910 - ext. 3001
Campus Centro Duchicela 17-75 y Princesa Toa Teléfonos: (593-3) 3730 880 - ext. 3500
Campus Guano Parroquia La Matriz, Barrio San Roque vía a Asaco

www.unach.edu.ec

Anexo 11: Validación de Instrumentos

INFORME DE OPINION DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. **DATOS GENERALES:**

1.1. Apellidos y Nombres del Informante: Sánchez Pucedo Luz Doris

1.2. Institución donde labora: UNMSM

1.3. Nombre del Instrumento que motiva la evaluación:

VD test sobre razonamiento matemático

1.4. Autor del Instrumento: Angélica Arquezo

II. **ASPECTOS DE VALIDACIÓN E INFORME:**

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 0 – 20%	Regular 21 – 40%	Bueno 41 – 60%	Muy Bueno 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
METODOLOGÍA	Considera que los ítems miden lo que el investigador pretende medir					✓
COHERENCIA	Considera que los ítems utilizados son propios del campo que se está investigando.					✓
CONSISTENCIA	Existe consistencia entre las dimensiones y los indicadores				✓	
ORGANIZACIÓN	Considera organizado el desarrollo del Marco Teórico				✓	
CLARIDAD	La investigación está desarrollada en un lenguaje apropiado					✓
OPERACIONALIZACIÓN	Presenta operacionalizadas sus variables y dimensiones					✓
ESTRATEGIAS	Considera adecuado los métodos estadísticos para contrastar las hipótesis					✓
ACTUALIDAD	Presenta antecedentes actualizados hasta con tres años de antigüedad				✓	

III. **OPINIÓN PARA APLICAR EL INSTRUMENTO:**

Qué aspectos se tienen que modificar, aumentar o suprimir en los Instrumentos de Investigación:

IV. **PROMEDIO DE VALORACIÓN DEL INSTRUMENTO:**

82%
excelente

Lima, 22 de Agosto del 2014

Firma del Experto Informante

DNI 06707373 Telf. /Cel.: 51 . 1 . 996410026

INFORME DE OPINION DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del Informante: SANCHEZ PINEDO LUZ DORIS

1.2. Institución donde labora: Universidad Nacional Mayor de San Marcos

1.3. Nombre del Instrumento que motiva la evaluación:

Variable independiente: estrategias didácticas

Título del PIC: Estrategias didácticas y su relación con el desarrollo del razonamiento matemático en estudiantes de Bachillerato de

1.4. Autor del Instrumento: UE "Sta. Mariana de Jesús" Riobamba. Ecuador. 2014.

Lo Angélica Urquizo.

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN E INFORME:

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 0 – 20%	Regular 21 – 40%	Bueno 41 – 60%	Muy Bueno 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
METODOLOGÍA	Considera que los ítems miden lo que el investigador pretende medir					✓
COHERENCIA	Considera que los ítems utilizados son propios del campo que se está investigando.					✓
CONSISTENCIA	Existe consistencia entre las dimensiones y los indicadores				✓	
ORGANIZACIÓN	Considera organizado el desarrollo del Marco Teórico				✓	
CLARIDAD	La investigación está desarrollada en un lenguaje apropiado					✓
OPERACIONALIZACIÓN	Presenta operacionalizadas sus variables y dimensiones					✓
ESTRATEGIAS	Considera adecuado los métodos estadísticos para contrastar las hipótesis					✓
ACTUALIDAD	Presenta antecedentes actualizados hasta con tres años de antigüedad				✓	

III. OPINIÓN PARA APLICAR EL INSTRUMENTO:

Qué aspectos se tienen que modificar, aumentar o suprimir en los Instrumentos de Investigación:

____

____

____

____

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN DEL INSTRUMENTO:

Lima, 22 de agosto del 2014

$\boxed{82\%}$ excelente /

Firma del Experto Informante

DNI: 06707373 Telf. /Cel.: 51.1.996410026

INFORME DE OPINION DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del Informante: Sánchez Pinedo, Luz Doris

1.2. Institución donde labora: UNMSM

1.3. Nombre del Instrumento que motiva la evaluación:

VD. nivel de desempeño en la resolución de problemas de razonamiento matemático

1.4. Autor del Instrumento: Angélica Urquizo

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN E INFORME:

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 0 – 20%	Regular 21 – 40%	Bueno 41 – 60%	Muy Bueno 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
METODOLOGÍA	Considera que los ítems miden lo que el investigador pretende medir					✓
COHERENCIA	Considera que los ítems utilizados son propios del campo que se está investigando.					✓
CONSISTENCIA	Existe consistencia entre las dimensiones y los indicadores					✓
ORGANIZACIÓN	Considera organizado el desarrollo del Marco Teórico				✓	
CLARIDAD	La investigación está desarrollada en un lenguaje apropiado					✓
OPERACIONALIZACIÓN	Presenta operacionalizadas sus variables y dimensiones					✓
ESTRATEGIAS	Considera adecuado los métodos estadísticos para contrastar las hipótesis				✓	
ACTUALIDAD	Presenta antecedentes actualizados hasta con tres años de antigüedad				✓	

III. OPINIÓN PARA APLICAR EL INSTRUMENTO:

Qué aspectos se tienen que modificar, aumentar o suprimir en los Instrumentos de Investigación:

sugiero confeccionar una escala tipo Likert para facilitar la digitación

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN DEL INSTRUMENTO:

Lima, 22 de agosto del 2014

82% excelente

Firma del Experto Informante

DNI: 06707377 Telf. /Cel.: 51. 1. 996410026

INFORME DE OPINION DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del Informante: DR. BALDOVINO LAMIZATA CARLOCI

1.2. Institución donde labora: ESPOCH

1.3. Nombre del Instrumento que motiva la evaluación:

POST TEST RAZONAMIENTO MATEMATICO

1.4. Autor del Instrumento: ANGELICA URQUIZO

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN E INFORME:

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 0 – 20%	Regular 21 – 40%	Bueno 41 – 60%	Muy Bueno 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
METODOLOGÍA	Considera que los ítems miden lo que el investigador pretende medir					90
COHERENCIA	Considera que los ítems utilizados son propios del campo que se está investigando.					100
CONSISTENCIA	Existe consistencia entre las dimensiones y los indicadores					95
ORGANIZACIÓN	Considera organizado el desarrollo del Marco Teórico					100
CLARIDAD	La investigación está desarrollada en un lenguaje apropiado					95
OPERACIONALIZACIÓN	Presenta operacionalizadas sus variables y dimensiones					90
ESTRATEGIAS	Considera adecuado los métodos estadísticos para contrastar las hipótesis					100
ACTUALIDAD	Presenta antecedentes actualizados hasta con tres años de antigüedad					100

III. OPINIÓN PARA APLICAR EL INSTRUMENTO:

Qué aspectos se tienen que modificar, aumentar o suprimir en los Instrumentos de Investigación:

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN DEL INSTRUMENTO:

Ecuador ..30..de....MAYO....del 20.14

96,25

Baldovino Lamizata

Firma del Experto Informante

DNI:......................Telf. /Cel.: 0987 26 86 93

0602604685

INFORME DE OPINION DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del Informante: DR BALDOVINO LAMIRATA CARIBLI

1.2. Institución donde labora: ESPOCH

1.3. Nombre del Instrumento que motiva la evaluación:

PROGRAMA DE APLICACION DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS

1.4. Autor del Instrumento: ANGELICA URQUIZO

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN E INFORME:

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 0 – 20%	Regular 21 – 40%	Bueno 41 – 60%	Muy Bueno 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
METODOLOGÍA	Considera que los ítems miden lo que el investigador pretende medir					95
COHERENCIA	Considera que los ítems utilizados son propios del campo que se está investigando.					100
CONSISTENCIA	Existe consistencia entre las dimensiones y los indicadores					95
ORGANIZACIÓN	Considera organizado el desarrollo del Marco Teórico					100
CLARIDAD	La investigación está desarrollada en un lenguaje apropiado					95
OPERACIONALIZACIÓN	Presenta operacionalizadas sus variables y dimensiones					100
ESTRATEGIAS	Considera adecuado los métodos estadísticos para contrastar las hipótesis					95
ACTUALIDAD	Presenta antecedentes actualizados hasta con tres años de antigüedad					100

III. OPINIÓN PARA APLICAR EL INSTRUMENTO:

Qué aspectos se tienen que modificar, aumentar o suprimir en los Instrumentos de Investigación:

Ninguno

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN DEL INSTRUMENTO:

97.5

Ecuador, 28 de FEBRERO del 2014

Baldovino Lamirata

Firma del Experto Informante

DNI: 0602604168-8 Telf. /Cel.: 0987268693

INFORME DE OPINION DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del Informante: DR. BALDOUINO LAMIRATA CARIBLI

1.2. Institución donde labora: ESPOCH

1.3. Nombre del Instrumento que motiva la evaluación:
CUESTIONARIO SOBRE NIVEL DE DIFICULTAD EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS

1.4. Autor del Instrumento: ANGELICA URQUIZO

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN E INFORME:

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 0 – 20%	Regular 21 – 40%	Bueno 41 – 60%	Muy Bueno 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
METODOLOGÍA	Considera que los ítems miden lo que el investigador pretende medir					95
COHERENCIA	Considera que los ítems utilizados son propios del campo que se está investigando.					100
CONSISTENCIA	Existe consistencia entre las dimensiones y los indicadores					95
ORGANIZACIÓN	Considera organizado el desarrollo del Marco Teórico					100
CLARIDAD	La investigación está desarrollada en un lenguaje apropiado					95
OPERACIONALIZACIÓN	Presenta operacionalizadas sus variables y dimensiones					100
ESTRATEGIAS	Considera adecuado los métodos estadísticos para contrastar las hipótesis					95
ACTUALIDAD	Presenta antecedentes actualizados hasta con tres años de antigüedad					100

III. OPINIÓN PARA APLICAR EL INSTRUMENTO:

Qué aspectos se tienen que modificar, aumentar o suprimir en los Instrumentos de Investigación:

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN DEL INSTRUMENTO:

Ecuador ,……de…………..del 20….

$\boxed{97,5}$

Baldovino Lamirata

Firma del Experto Informante

DNI:………………….Telf. /Cel.: 0987286893

0602620468-8

INFORME DE OPINION DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del Informante: Montoya Zúñiga Edgar Segundo

1.2. Institución donde labora: UNACH

1.3. Nombre del Instrumento que motiva la evaluación:
Programa de Aplicación de las Estrategias Didácticas

1.4. Autor del Instrumento: Angélica Urquizo

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN E INFORME:

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 0 – 20%	Regular 21 – 40%	Bueno 41 – 60%	Muy Bueno 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
METODOLOGÍA	Considera que los ítems miden lo que el investigador pretende medir					X 90%
COHERENCIA	Considera que los ítems utilizados son propios del campo que se está investigando.					X 90%
CONSISTENCIA	Existe consistencia entre las dimensiones y los indicadores					90%
ORGANIZACIÓN	Considera organizado el desarrollo del Marco Teórico					90%
CLARIDAD	La investigación está desarrollada en un lenguaje apropiado					90%
OPERACIONALIZACIÓN	Presenta operacionalizadas sus variables y dimensiones					90%
ESTRATEGIAS	Considera adecuado los métodos estadísticos para contrastar las hipótesis					90%
ACTUALIDAD	Presenta antecedentes actualizados hasta con tres años de antigüedad					90%

III. OPINIÓN PARA APLICAR EL INSTRUMENTO:

Qué aspectos se tienen que modificar, aumentar o suprimir en los Instrumentos de Investigación:

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN DEL INSTRUMENTO:

Ecuador ,……de…………..del 20….

90%

Firma del Experto Informante

DNI: 0601681893..Telf. /Cel.: 0982249531

INFORME DE OPINION DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del Informante: Montoya Zúñiga Edgar Segundo

1.2. Institución donde labora: UNACH

1.3. Nombre del Instrumento que motiva la evaluación:

Test sobre razonamiento matemático

1.4. Autor del Instrumento: Angela Urquizo

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN E INFORME:

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 0 – 20%	Regular 21 – 40%	Bueno 41 – 60%	Muy Bueno 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
METODOLOGÍA	Considera que los ítems miden lo que el investigador pretende medir					96%
COHERENCIA	Considera que los ítems utilizados son propios del campo que se está investigando.					96%
CONSISTENCIA	Existe consistencia entre las dimensiones y los indicadores					96%
ORGANIZACIÓN	Considera organizado el desarrollo del Marco Teórico					96%
CLARIDAD	La investigación está desarrollada en un lenguaje apropiado					96%
OPERACIONALIZACIÓN	Presenta operacionalizadas sus variables y dimensiones					96%
ESTRATEGIAS	Considera adecuado los métodos estadísticos para contrastar las hipótesis					96%
ACTUALIDAD	Presenta antecedentes actualizados hasta con tres años de antigüedad					96%

III. OPINIÓN PARA APLICAR EL INSTRUMENTO:

Qué aspectos se tienen que modificar, aumentar o suprimir en los Instrumentos de Investigación:

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN DEL INSTRUMENTO:

96%

Ecuador ,……de…………..del 20…

……………………………………………………

Firma del Experto Informante

DNI: 0601681893 Telf. /Cel.: 0982249531

INFORME DE OPINION DE EXPERTOS DEL INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

I. DATOS GENERALES:

1.1. Apellidos y Nombres del Informante: Montoya Zúñiga Edgar Segundo

1.2. Institución donde labora: UNACH

1.3. Nombre del Instrumento que motiva la evaluación:

Cuestionario sobre nivel de dificultad en la resolución de problemas de razonamiento matemático

1.4. Autor del Instrumento: Angélica Urquizo

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN E INFORME:

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 0 – 20%	Regular 21 – 40%	Bueno 41 – 60%	Muy Bueno 61 – 80%	Excelente 81 – 100%
METODOLOGÍA	Considera que los ítems miden lo que el investigador pretende medir					95%
COHERENCIA	Considera que los ítems utilizados son propios del campo que se está investigando.					95%
CONSISTENCIA	Existe consistencia entre las dimensiones y los indicadores					95%
ORGANIZACIÓN	Considera organizado el desarrollo del Marco Teórico					95%
CLARIDAD	La investigación está desarrollada en un lenguaje apropiado					95%
OPERACIONALIZACIÓN	Presenta operacionalizadas sus variables y dimensiones					95%
ESTRATEGIAS	Considera adecuado los métodos estadísticos para contrastar las hipótesis					95%
ACTUALIDAD	Presenta antecedentes actualizados hasta con tres años de antigüedad					95%

III. OPINIÓN PARA APLICAR EL INSTRUMENTO:

Qué aspectos se tienen que modificar, aumentar o suprimir en los Instrumentos de Investigación:

IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN DEL INSTRUMENTO:

95%

Ecuador ,……de…………..del 20…

Firma del Experto Informante

DNI: 0601681893 Telf. /Cel.: 0982249531

Anexo 12: Planes de clase

UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR "SANTA MARIANA DE JESÚS"

"Ser firme en sus propósitos, leal en sus sentimientos y que la verdad habite en los labios" (Mercedes de Jesús Molina).

PLAN DE CLASE No 1

AREA: Física y Matemática AÑO: 2013-2014 **CURSO:** Tercer año bachillerato A y B **DOCENTE:** Dra. Angélica Urquizo
EJE DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación
FECHA: 10 al 14 de marzo del 2014
BLOQUE: Anexo: Refuerzo del razonamiento Matemático **Nº DE PERÍODOS**: 3
TEMA: Operaciones mentales
OBJETIVO: Proporcionar estrategias que permitan a las estudiantes realizar operaciones mentales de sumas, restas multiplicaciones con números enteros de dos y hasta tres cifras y números racionales.
EJE TRANSVERSAL: Plan Nacional del Buen vivir
EJE INSTITUCIONAL: Ser amor misericordioso donde existe dolor humano
ESTANDARES DE CALIDAD: Realizar operaciones mentales.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	RECURSOS
Realizar operaciones mentales de sumas, restas, multiplicaciones con números enteros y fraccionarios.	Se iniciará con una revisión breve de las operaciones adición, sustracción, multiplicación con números enteros y fraccionarios. Se darán a conocer algunas estrategias que facilitan el realizar cálculos numéricos empezando con 2 números enteros de 2 cifras hasta aumentar la complejidad. Luego se trabajará en estrategias para realizar operaciones mentales con números racionales. Se ejercitarán las estrategias aprendidas a través de juegos lúdicos. (Cuadrados mágicos) Se realizarán prácticas de cambio de lenguaje natural a lenguaje algebraico	• Técnica de visualización mental • Técnicas de descomposición de números • Técnicas para facilitar operaciones con números • Transformación de lenguaje natural a algebraico	• Proyector • Pizarrón, hojas de trabajo. • Historias de Reflexión. • Computador

BIBLIOGRAFIA BÁSICA: URQUIZO ANGEL, URQUIZO ANGÉLICA. Matemática Fundamental. Edipcentro. Actualización 2010.

ANGELICA URQUIZO
DOCENTE

UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR "SANTA MARIANA DE JESÚS"

"Ser firme en sus propósitos, leal en sus sentimientos y que la verdad habite en los labios" (Mercedes de Jesús Molina).

PLAN DE CLASE No 2

AREA: Física y Matemática **AÑO:** 2013-2014 **CURSO:** Tercer año bachillerato B **DOCENTE:** Dra. Angélica Urquizo
EJE DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación
FECHA: 24 al 28 de marzo del 2014
BLOQUE: Anexo: Refuerzo del razonamiento Matemático **Nº DE PERÍODOS**: 3
TEMA: Estrategias de resolución de problemas matemáticos.
OBJETIVO: Proporcionar estrategias generales para la resolución de problemas matemáticos.
EJE TRANSVERSAL: Plan Nacional del Buen vivir
EJE INSTITUCIONAL: Ser amor misericordioso donde existe dolor humano
ESTANDARES DE CALIDAD: Conocer estrategias para la resolución de problemas matemáticos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	RECURSOS
Conoce los pasos para la resolución de problemas según Timoteo y Pólya.	Se iniciará con una reflexión. A través de lluvia de ideas se indagará sobre su nivel de conocimientos sobre las estrategias para la resolución de problemas matemáticos. Se presentarán 3 alternativas de propuestas para la resolución de problemas con cada uno de sus pasos: Timoteo, Pólya y la utilizada por la Senescyt en su libro desarrollo del pensamiento. Se aplicarán las estrategias a ejercicios prácticos.	Estrategias para la resolución de problemas según: Pólya, Timoteo, Recomendaciones SENESCYT Ejemplos de aplicación y discriminación.	• Proyector • Pizarrón, hojas de trabajo. • Historias de Reflexión. • Computador

BIBLIOGRAFIA: URQUIZO ANGÉLICA. Tesis doctoral. En proceso de elaboración.

ANGELICA URQUIZO
DOCENTE

UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR “SANTA MARIANA DE JESÚS”

“Ser firme en sus propósitos, leal en sus sentimientos y que la verdad habite en los labios” (Mercedes de Jesús Molina).

PLAN DE CLASE No 3

AREA: Física y Matemática **AÑO:** 2013-2014 **CURSO:** Tercer año bachillerato B **DOCENTE:** Dra. Angélica Urquizo
EJE DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación
FECHA: 31 de marzo al 4 de abril del 2014
BLOQUE: Anexo: Refuerzo del razonamiento Matemático **Nº DE PERÍODOS**: 3
TEMA: Problemas sin números
OBJETIVO: Proporcionar estrategias generales para la resolución de problemas matemáticos.
EJE TRANSVERSAL: Plan Nacional del Buen vivir
EJE INSTITUCIONAL: Ser amor misericordioso donde existe dolor humano
ESTANDARES DE CALIDAD: Conocer estrategias para la resolución de problemas matemáticos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	RECURSOS
Resuelve correctamente problemas sin números.	Se iniciará con una reflexión. Se revisarán las propuestas para la resolución de problemas dadas en las clases anteriores. Se indagará sobre su nivel de conocimientos sobre los problemas sin números. Se realizarán ejercicios prácticos de resolución de problemas sin números siguiendo alguna de las propuestas de estrategias conocidas. Se hará participar a los estudiantes en la reconstrucción de los problemas para poder hallar una solución	Problemas sin números Ejemplos	• Proyector • Pizarrón, hojas de trabajo. • Historias de Reflexión. • Computador

BIBLIOGRAFIA: Fernández José (2010). La resolución de problemas matemáticos. Madrid: Grupo Mayéutica educación.

OBSERVACIONES:

ANGELICA URQUIZO
DOCENTE

UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR "SANTA MARIANA DE JESÚS"

"Ser firme en sus propósitos, leal en sus sentimientos y que la verdad habite en los labios" (Mercedes de Jesús Molina).

PLAN DE CLASE No 4

AREA: Física y Matemática **AÑO:** 2013-2014 **CURSO:** Tercer año bachillerato B **DOCENTE:** Dra. Angélica Urquizo
EJE DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación
FECHA: 7-11 de abril del 2014
BLOQUE: Anexo: Refuerzo del razonamiento Matemático **Nº DE PERÍODOS**: 3
TEMA: Problemas incompletos
OBJETIVO: Proporcionar estrategias generales para la resolución de problemas matemáticos.
EJE TRANSVERSAL: Plan Nacional del Buen vivir
EJE INSTITUCIONAL: Ser amor misericordioso donde existe dolor humano
ESTANDARES DE CALIDAD: Conocer estrategias para la resolución de problemas matemáticos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	RECURSOS
Identifica correctamente datos faltantes	Se iniciará con una historia de reflexión. Se revisarán las propuestas para la resolución de problemas dadas en las clases anteriores. Se indagará sobre su nivel de conocimientos sobre los problemas incompletos. Se realizarán varios ejemplos de problemas incompletos a través del análisis, reflexión y participación de los estudiantes. Se hará participar a los estudiantes en la reconstrucción de los problemas para poder hallar una solución.	Problemas incompletos Ejemplos	• Proyector • Pizarrón, hojas de trabajo. • Historias de Reflexión. • Computador

BIBLIOGRAFIA: Fernández José (2010). La resolución de problemas matemáticos. Madrid: Grupo Mayéutica educación.

ANGELICA URQUIZO
DOCENTE

UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR “SANTA MARIANA DE JESÚS”

“Ser firme en sus propósitos, leal en sus sentimientos y que la verdad habite en los labios” (Mercedes de Jesús Molina).

PLAN DE CLASE No 5

AREA: Física y Matemática **AÑO:** 2013-2014 **CURSO:** Tercer año bachillerato B **DOCENTE:** Dra. Angélica Urquizo
EJE DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación
FECHA: 14-18 de abril del 2014
BLOQUE: Anexo: Refuerzo del razonamiento Matemático **Nº DE PERÍODOS**: 3
TEMA: Problemas con enunciados sin preguntas
OBJETIVO: Proporcionar estrategias generales para la resolución de problemas matemáticos.
EJE TRANSVERSAL: Plan Nacional del Buen vivir
EJE INSTITUCIONAL: Ser amor misericordioso donde existe dolor humano
ESTANDARES DE CALIDAD: Conocer estrategias para la resolución de problemas matemáticos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	RECURSOS
Identifica problemas incompletos y preguntas adecuadas para resolverlos	Se iniciará con una historia de reflexión. Se revisarán las propuestas para la resolución de problemas dadas en las clases anteriores. Se realizarán varios ejemplos de problemas con enunciados sin preguntas a través del análisis, reflexión y participación de los estudiantes. Se hará participar a los estudiantes en la reconstrucción de los problemas para poder hallar una solución.	Problemas con enunciados sin preguntas Ejemplos	• Proyector • Pizarrón, hojas de trabajo. • Historias de Reflexión. • Computador

BIBLIOGRAFIA: Fernández José (2010). La resolución de problemas matemáticos. Madrid: Grupo Mayéutica educación.

ANGELICA URQUIZO
DOCENTE

UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR "SANTA MARIANA DE JESÚS"

"Ser firme en sus propósitos, leal en sus sentimientos y que la verdad habite en los labios" (Mercedes de Jesús Molina).

PLAN DE CLASE No 6

AREA: Física y Matemática **AÑO:** 2013-2014 **CURSO:** Tercer año bachillerato B **DOCENTE:** Dra. Angélica Urquizo
EJE DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación
FECHA: 22-25 de abril del 2014
BLOQUE: Anexo: Refuerzo del razonamiento Matemático **Nº DE PERÍODOS**: 3
TEMA: Problemas con preguntas sin enunciados
OBJETIVO: Proporcionar estrategias generales para la resolución de problemas matemáticos.
EJE TRANSVERSAL: Plan Nacional del Buen vivir
EJE INSTITUCIONAL: Ser amor misericordioso donde existe dolor humano
ESTANDARES DE CALIDAD: Conocer estrategias para la resolución de problemas matemáticos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	RECURSOS
Identifica correctamente enunciados y preguntas para resolver problemas	Se iniciará con una historia de reflexión. Se revisarán las propuestas para la resolución de problemas dadas en las clases anteriores. Se realizarán varios ejemplos de problemas con preguntas sin enunciados a través del análisis y reflexión de los estudiantes. Se hará participar a los estudiantes en la reconstrucción de los problemas para poder hallar una solución	Problemas con preguntas sin enunciados Ejemplos	• Proyector • Pizarrón, hojas de trabajo. • Historias de Reflexión. • Computador

BIBLIOGRAFIA: Fernández José (2010). La resolución de problemas matemáticos. Madrid: Grupo Mayéutica educación.

ANGELICA URQUIZO
DOCENTE

UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR "SANTA MARIANA DE JESÚS"

"Ser firme en sus propósitos, leal en sus sentimientos y que la verdad habite en los labios" (Mercedes de Jesús Molina).

PLAN DE CLASE No 7

AREA: Física y Matemática **AÑO:** 2013-2014 **CURSO:** Tercer año bachillerato B **DOCENTE:** Dra. Angélica Urquizo
EJE DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación
FECHA: 28 de abril al 2 de mayo del 2014
BLOQUE: Anexo: Refuerzo del razonamiento Matemático **Nº DE PERÍODOS**: 3
TEMA: Problemas de razonamiento numérico
OBJETIVO: Proporcionar estrategias generales para la resolución de problemas matemáticos.
EJE TRANSVERSAL: Plan Nacional del Buen vivir
EJE INSTITUCIONAL: Ser amor misericordioso donde existe dolor humano
ESTANDARES DE CALIDAD: Resolver problemas matemáticos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	RECURSOS
Resuelve correctamente problemas de razonamiento numérico	Se iniciará con una historia de reflexión. Se hará una práctica breve de operaciones mentales Se hará una revisión de ciertos contenidos matemáticos fundamentales como conjuntos, mcd, MCM Se explicará las características de problemas de razonamiento numérico Se realizarán varios ejemplos de problemas de razonamiento numérico explicando la estrategia más adecuada Se ejercitará en la resolución de problemas	Estrategias para resolver problemas de razonamiento numérico. Revisión de teoría de conjuntos y otros	• Proyector • Pizarrón, hojas de trabajo. • Historias de Reflexión. • Computador

BIBLIOGRAFIA: Timoteo, S. (2010). *Razonamiento Matemático*. Lima: San Marcos.
Asociación Fondo de Investigadores y Editores. (2012). *Razonamiento Matemático*. Ed. Lumbreras.
Lexus. (2003). *Jugando con la matemática*.

ANGELICA URQUIZO
DOCENTE

UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR "SANTA MARIANA DE JESÚS"

"Ser firme en sus propósitos, leal en sus sentimientos y que la verdad habite en los labios" (Mercedes de Jesús Molina).

PLAN DE CLASE No 8

AREA: Física y Matemática AÑO: 2013-2014 **CURSO:** Tercer año bachillerato B **DOCENTE:** Dra. Angélica Urquizo
EJE DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación
FECHA: 5 a 9 de mayo del 2014
BLOQUE: Anexo: Refuerzo del razonamiento Matemático **Nº DE PERÍODOS**: 3
TEMA: Problemas de razonamiento algebraico
OBJETIVO: Proporcionar estrategias generales para la resolución de problemas matemáticos.
EJE TRANSVERSAL: Plan Nacional del Buen vivir
EJE INSTITUCIONAL: Ser amor misericordioso donde existe dolor humano
ESTANDARES DE CALIDAD: Resolver problemas matemáticos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	RECURSOS
Resuelve correctamente problemas de razonamiento algebraico	Se iniciará con una historia de reflexión. Se realizará prácticas para pasar de lenguaje natural a lenguaje matemático y viceversa Se explicará las características de problemas de razonamiento algebraico Se recordarán temas importantes como solución de ecuaciones, solución de sistemas de ecuaciones, inecuaciones etc. Se realizarán varios ejemplos de problemas de razonamiento algebraico explicando la estrategia más adecuada Se ejercitará en la resolución de problemas	Estrategias para resolver problemas de razonamiento algebraico. Revisión de ecuaciones, sistemas de ecuaciones, inecuaciones	• Proyector • Pizarrón, hojas de trabajo. • Historias de Reflexión. • Computador

BIBLIOGRAFIA: Timoteo, S. (2010). *Razonamiento Matemático*. Lima: San Marcos.
Asociación Fondo de Investigadores y Editores. (2012). *Razonamiento Matemático*. Ed. Lumbreras.
Lexus. (2003). *Jugando con la matemática*.
Urquizo Huilcapi, A. y Urquizo Alcívar, A. (1998). Matemática Fundamental. Riobamba:Edipcentro

ANGELICA URQUIZO
DOCENTE

UNIDAD EDUCATIVA PARTICULAR “SANTA MARIANA DE JESÚS”

“Ser firme en sus propósitos, leal en sus sentimientos y que la verdad habite en los labios” (Mercedes de Jesús Molina).

PLAN DE CLASE No 9

AREA: Física y Matemática **AÑO:** 2013-2014 **CURSO:** Tercer año bachillerato B **DOCENTE:** Dra. Angélica Urquizo
EJE DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación
FECHA: 12 – 16 de mayo del 2014
BLOQUE: Anexo: Refuerzo del razonamiento Matemático **Nº DE PERÍODOS**: 3
TEMA: Problemas de razonamiento lógico
OBJETIVO: Proporcionar estrategias generales para la resolución de problemas matemáticos.
EJE TRANSVERSAL: Plan Nacional del Buen vivir
EJE INSTITUCIONAL: Ser amor misericordioso donde existe dolor humano
ESTANDARES DE CALIDAD: Resolver problemas matemáticos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	RECURSOS
Resuelve correctamente problemas de razonamiento lógico	Se iniciará con una historia de reflexión. Se explicará las características de problemas de razonamiento lógico Se recordarán brevemente temas importantes como enunciados, operaciones con enunciados, cuantificadores reglas de inferencia Se realizarán varios ejemplos de problemas de razonamiento lógico explicando la estrategia más adecuada Se ejercitará en la resolución de problemas	Estrategias para resolver problemas de razonamiento lógico Enunciados Operaciones con enunciados Cuantificadores Reglas de inferencia	• Proyector • Pizarrón, hojas de trabajo. • Historias de Reflexión. • Computador

BIBLIOGRAFIA: Timoteo, S. (2010). *Razonamiento Matemático*. Lima: San Marcos.
Asociación Fondo de Investigadores y Editores. (2012). *Razonamiento Matemático*. Ed. Lumbreras.
Lexus. (2003). *Jugando con la matemática*.
Urquizo Huilcapi, A. y Urquizo Alcívar, A. (1998). Matemática Fundamental. Riobamba:Edipcentro

ANGELICA URQUIZO
DOCENTE

PLAN DE CLASE No 10

AREA: Física y Matemática **AÑO:** 2013-2014 **CURSO:** Tercer año bachillerato B **DOCENTE:** Dra. Angélica Urquizo
EJE DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación
FECHA: 19-23 de mayo del 2014
BLOQUE: Anexo: Refuerzo del razonamiento Matemático **Nº DE PERÍODOS**: 3
TEMA: Problemas de razonamiento inductivo
OBJETIVO: Proporcionar estrategias generales para la resolución de problemas matemáticos.
EJE TRANSVERSAL: Plan Nacional del Buen vivir
EJE INSTITUCIONAL: Ser amor misericordioso donde existe dolor humano
ESTANDARES DE CALIDAD: Resolver problemas matemáticos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	RECURSOS
Resuelve correctamente problemas de razonamiento inductivo	Se iniciará con una historia de reflexión. Se explicará las características de problemas de razonamiento inductivo Se recordarán brevemente temas importantes como series, sucesiones Se realizarán varios ejemplos de problemas de razonamiento inductivo explicando la estrategia más adecuada Se ejercitará en la resolución de problemas	Estrategias para resolver problemas de razonamiento inductivo Series Sucesiones	• Proyector • Pizarrón, hojas de trabajo. • Historias de Reflexión. • Computador

BIBLIOGRAFIA: Timoteo, S. (2010). *Razonamiento Matemático*. Lima: San Marcos.
Asociación Fondo de Investigadores y Editores. (2012). *Razonamiento Matemático*. Ed. Lumbreras.
Lexus. (2003). *Jugando con la matemática*.

ANGELICA URQUIZO
DOCENTE

“Ser firme en sus propósitos, leal en sus sentimientos y que la verdad habite en los labios” (Mercedes de Jesús Molina).

PLAN DE CLASE No 10

AREA: Física y Matemática **AÑO:** 2013-2014 **CURSO:** Tercer año bachillerato B **DOCENTE:** Dra. Angélica Urquizo
EJE DEL APRENDIZAJE: El razonamiento, la demostración, la comunicación, las conexiones y/o la representación
FECHA: 26-30 de mayo del 2014
BLOQUE: Anexo: Refuerzo del razonamiento Matemático **Nº DE PERÍODOS**: 3
TEMA: Creación de problemas
OBJETIVO: Proporcionar estrategias generales para la resolución de problemas matemáticos.
EJE TRANSVERSAL: Plan Nacional del Buen vivir
EJE INSTITUCIONAL: Ser amor misericordioso donde existe dolor humano
ESTANDARES DE CALIDAD: Crear problemas matemáticos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ACTIVIDADES	CONTENIDOS	RECURSOS
Crea problemas de razonamiento matemático	Se iniciará con una historia de reflexión. Se hará un breve recuento de lo trabajado en las sesiones anteriores. Se hará un ejercicio conjunto de creación de un problemas matemáticos del cual se requiere una respuesta concreta. Con el mismo ejercicio y la participación de los estudiantes se reformularán los datos para obtener una respuesta distinta Se crearán en forma conjunta problemas de razonamiento numérico, lógico, algebraico e inductivo.	Estrategias para resolver problemas de razonamiento inductivo Series Sucesiones	• Proyector • Pizarrón, hojas de trabajo. • Historias de Reflexión. • Computador

BIBLIOGRAFIA: Timoteo, S. (2010). *Razonamiento Matemático*. Lima: San Marcos.
Asociación Fondo de Investigadores y Editores. (2012). *Razonamiento Matemático*. Ed. Lumbreras.
Lexus. (2003). *Jugando con la matemática*.

ANGELICA URQUIZO
DOCENTE

Anexo 13: Evidencia trabajos de estudiantes del grupo cuasiexperimental

Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús"

Tarea

Nombre:

Curso: 3ro de Bachillerato "B"

Problemas incompletos

1. **El lunes leí las 30 primera páginas de un libro que empecé El martes lo acabé ¿Qué día leí más páginas de ese libro? ¿Cómo modificaría el enunciado para que se pueda encontrar una solución?**

   Corrección: El lunes leí las 30 primeras páginas después del índice de un libro que empecé. Al día siguiente, leí el doble de páginas que leí el lunes, el miércoles leí la suma de las páginas de lunes y martes juntos, el jueves leí 5 páginas más que el martes, el viernes leí 15 páginas más que el lunes sábado la mitad de páginas que leí el miércoles, el domingo se leyó el número de páginas igual que el viernes más 5, el lunes y el martes, de las páginas que quedaban, se leyó cada mitad en cada uno de esos días. Si el número de páginas es de 500, sabiendo que el índice no leído tiene 5 páginas ¿Qué día leí más páginas de ese libro?

   Índice: 5
   Lunes: 30
   Martes: 60
   Miércoles: 90
   Jueves: 65
   Viernes: 45
   Sábado: 45
   Domingo: 50
   Lunes: 55
   Martes: 55

   5+30+60+90+65+45+45+50=390

   500-390=110

   110/2=55

   Respuesta= Miércoles (90 páginas)

2. **Plantee un problema, cuya respuesta sea 16 páginas**

   El número de páginas leídas de un libro es la cuarta parte del número de páginas que faltan por leer. El total de páginas del libro es 80 ¿Cuántas páginas se han leído?

$$x = \frac{80 - x}{4}$$

$$4x = 80 - x$$

Ok

$$5x = 80$$

$$x = 16$$

Respuesta= 16 páginas

3. **La Catedral de Sevilla se comenzó a construir en el año 1402 y se terminó en el año 1519. Su planta es rectangular. La Catedral de Santiago de Compostela se construyó del año 1075 al año 1128.**
   Plantee las preguntas, cuyas respuestas sean:
   a) **R=274 años**
   b) **R= La Catedral de Santiago de Compostela**
   c) **R=No se puede saber con los datos que se tiene**

   Preguntas:

   a) **¿Cuántos años después de haber terminado de construir la Catedral de Santiago de Compostela, se empezó a construir la Catedral de Sevilla?**
   1402-1128=274
   R= 274 años

OK

   b) **¿Qué catedral se ha construido por menos tiempo?**
   Catedral de Sevilla: 1519-1402=117
   Catedral de Santiago de Compostela: 1128-1075=53
   R=La Catedral de Santiago de Compostela

   c) **¿Qué forma tiene la planta de la Catedral de Santiago de Compostela?**
   R=No se puede saber con los datos que se tiene.

4. **Plantee un problema, cuya pregunta sea: ¿Cuántas gallinas hay dentro del corral?**
   En una grande empresa, de un total de 1580 gallinas, 20 están en el matadero para consumo humano, 670 gallinas están en los mercados para ser vendidas para mascotas y las restantes están dentro de un corral. ¿Cuántas gallinas hay dentro del corral?
   420+670=1090
   1580-1090=490
   R=490 gallinas

OK

5. **Plantee un problema utilizando sólo tres datos numéricos con la pregunta: ¿Cuánto costó cada regalo? Y cuyas soluciones sean:**
   570-80=490, 570+490=1060, 1060-300=760.
   Una cumpleañera ha recibido tres regalos por parte de una familia de clase alta: su tío, su tía y su primo. Cada uno de los tres compraron un regalo por separado. El primo le compró un regalo valorado en $570, pero le descontaron $80 por el aniversario de ese almacén. Su tía le compró u vestido de marca, valorado en el precio que pagó su primo por el reloj más el valor original de dicho reloj. Su tío en cambio, le compró un lujoso juego de un collar y dos pares de aretes, valorado en el precio del vestido que le compró su tía menos $300. ¿Cuánto costó cada regalo?
   570-80=490
   570+490=1060
   1060-300=760.
   R= 1) $490
   2) $1060
   3) $760

Anexo 14: Tablas Kuder-Richardson

INDICE O COEFICIENTE DE CONFIABILIDAD:

$$C_f = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\bar{x}(n-\bar{x})}{n\delta^2}\right]$$

Dónde:

Cf = Coeficiente de confiabilidad
n = Puntaje máximo alcanzado
x = Promedio
σ = Desviación standard de las puntuaciones de la prueba.

La tabla de Küder Richardson permite interpretar este valor hallado:

1	0,53 a menos	Confiabilidad nula
2	0,54 a 0,59	Confiabilidad baja
3	0,60 a 0,65	Confiable
4	0,66 a 0,71	Muy confiable
5	0,72 a 0,99	Excelente confiabilidad
6	1,0	Confiabilidad perfecta

GRADO DE DIFICULTAD DE UNA PRUEBA:

$$Gd = \frac{\bar{x}}{Pm} * 100$$

Gd = Grado de dificultad de la prueba.
x = Promedio de los puntajes obtenidos.
Pm = Puntaje máximo posible de alcanzarse en la prueba
Para interpretar esta cifra se recurre a la siguiente escala de Kuder-Richardson

81% a más = Muy fácil
61% a 80% = Relativamente fácil
51% a 60% = Dificultad adecuada
31% a 50% = Relativamente difícil
11% a 30% = Difícil
Debajo del 10% = Muy difícil

INDICE DE DISCRIMINACION DE UNA PRUEBA

$$I_d = \frac{pms - pmi}{PM} * 100$$

Dónde:

Id = Índice de dificultad de la prueba.
pms = Puntaje máximo de respuestas correctas del grupo superior
pmi = Puntaje máximo de respuestas correctas del grupo inferior.
PM = Puntaje máximo de la prueba.

Para interpretar esta cifra se recurre a la siguiente tabla:

40% a más = Buen índice de discriminación.
30% al 39% = Razonable índice de discriminación.
20% al 29% = Regular índice de discriminación.
menos de 19% = Deficiente índice de discriminación.

Anexo 15: Objetivo 4 del Plan Nacional del Buen vivir

Fortalecer las capacidades y potencialidades de la ciudadanía

La libertad individual y social exige la emancipación del pensamiento. El conocimiento debe ser entendido como un proceso permanente y cotidiano, orientado hacia la comprensión de saberes específicos y diversos en permanente diálogo. Por lo tanto, el conocimiento no debe ser entendido como un medio de acumulación individual ilimitada, ni un acervo que genere diferenciación y exclusión social.

"Este conocimiento, más que un medio para saber, es un instrumento para la libertad individual, para la emancipación social y para vivir y convivir bien; es decir, para encontrar la libertad, satisfacer necesidades, garantizar derechos, cambiar el patrón de acumulación y redistribución, vivir en armonía con la naturaleza y convivir en una democracia democratizada y de calidad" (Movimiento Alianza PAIS, 2012: 99).

El conocimiento se fortalece a lo largo de la vida, desde el nacimiento, con la cotidianidad y con la educación formal y no formal. El talento humano también se nutre de los saberes existentes, del vivir diario, de la indagación y de la retroalimentación constante de conocimientos. Educar en este modelo se convierte en un diálogo constante, en el cual aprender y enseñar son prácticas continuas para los actores sociales. Hay que tomar en cuenta no solo la calidad del profesor y del estudiante, sino también la calidad de la sociedad.

El conocimiento como acervo colectivo es, además un, catalizador de la transformación económica y productiva. Para ello, es necesario asentar los procesos de creación, acumulación, especialización y transferencia de conocimiento hacia los sectores productivos. Se deben fortalecer los procesos de industrialización y prestación de servicios con valor agregado, adecuados a las características del territorio.

Alcanzar este reto supone también dar énfasis, en la acción pública, a los derechos de propiedad

intelectual y de las ideas.

En la generación de conocimiento, la relación de la ciencia con la tecnología se complementa con

el arte, las ciencias sociales y humanas, el pensamiento crítico y la solidaridad. En esta relación, la generación de riquezas se orienta al Buen Vivir colectivo, a la justicia social y a la participación de la sociedad en los frutos del modelo económico.

La Constitución marcó un hito importante al considerar la educación y la formación como procesos integrales para mejorar las capacidades de la población e incrementar sus oportunidades de movilidad social: "La educación es un derecho de las personas a lo largo de su vida y un deber ineludible e inexcusable del Estado. Constituye un área prioritaria de la política pública y de la inversión estatal, garantía de la igualdad e inclusión social y condición indispensable para el Buen Vivir. Las personas, las familias y la sociedad tienen el derecho y la responsabilidad de participar en el proceso educativo" (art. 26).

La educación no es un fin en sí mismo, es un proceso continuo y de interés público que integra todos los niveles de formación. El Sistema Nacional de Educación –que comprende la educación inicial y básica y el bachillerato– (art. 343) y el Sistema de Educación Superior (art. 350) están llamados a consolidar las capacidades y oportunidades de la población y a formar académica y profesionalmente a las personas bajo una visión científica y humanista, que incluye los saberes y las culturas de nuestro pueblo. A estos dos sistemas se suma la formación continua y la capacitación profesional.

En el Plan Nacional para el Buen Vivir 2009-2013 se abordaron temas que iban desde la importancia de una buena nutrición desde los primeros años de vida, pasando por la educación misma, y hasta el disfrute de la cultura y el deporte. Los logros son visibles: una mejora sustancial del acceso a la educación, una disminución del índice de analfabetismo, la mejora de la calidad de la educación superior, mayor investigación, entre otros. No obstante, las brechas a nivel de etnia, género, edad, discapacidades, movilidad humana y territorio persisten.

Para el periodo 2013-2017 apuntamos al establecimiento de una formación integral para alcanzar la sociedad socialista del conocimiento y al salto de una economía de recursos finitos (materiales) a la economía del recurso infinito: el conocimiento. Es preciso centrar los esfuerzos en garantizar el derecho a la educación a todos, en condiciones de calidad y equidad, ubicando en el centro al ser humano y al territorio. Fortaleceremos el rol del conocimiento promoviendo la investigación científica y tecnológica responsable con la sociedad y con la naturaleza. Construiremos un conocimiento emancipador, ampliaremos la cobertura y superaremos la calidad en todos los niveles educativos. Fortaleceremos la investigación para la innovación científica y tecnológica.

Políticas

4.1 Alcanzar la universalización en el acceso a la educación inicial, básica y bachillerato, y democratizar el acceso a la educación superior.

4.2 Promover la culminación de los estudios en todos los niveles educativos.

4.3 Promover espacios no formales y de educación permanente para el intercambio de conocimientos y saberes para la sociedad aprendiente.

4.4 Mejorar la calidad de la educación en todos los niveles y modalidades, para la generación

de conocimiento y la formación integral de personas creativas, solidarias, responsables, críticas, participativas y productivas, bajo los principios de igualdad, equidad social y territorialidad.

4.5 Potenciar el rol de docentes y otros profesionales de la educación como actores clave en

la construcción del Buen Vivir.

4.6 Promover la interacción recíproca entre la educación, el sector productivo y la investigación

científica y tecnológica, para la transformación de la matriz productiva y la satisfacción de necesidades.

4.7 Promover la gestión adecuada de uso y difusión de los conocimientos generados en el país.

4.8 Impulsar el diálogo intercultural como eje articulador del modelo pedagógico y del uso del espacio educativo.

4.9 Impulsar la formación en áreas de conocimiento no tradicionales que aportan a la construcción del Buen Vivir.

4.10 Fortalecer la formación profesional de artistas y deportistas de alto nivel competitivo.

4.1 Aumentar el porcentaje de personas entre 16 y 24 años con educación básica completa al 95,0%.

4.2 Aumentar el porcentaje de personas entre 18 y 24 años con bachillerato completo al 78,0%.

4.3 Reducir el abandono escolar en 8° de educación básica general y 1° de bachillerato al 3,0%.

4.4 Aumentar el acceso a Internet en establecimientos educativos al 90,0%.

4.5 Aumentar la matrícula en educación superior al 46,0%.

4.6 Aumentar en un 60,0% la participación de matriculados en Institutos Técnicos y Tecnológicos con relación al total de nuevos matriculados del Sistema de Educación Superior.

4.7 Alcanzar el 80,0% de titulados en tiempo oficial.

4.8 Alcanzar el 85,0% de profesores universitarios con título de cuarto nivel.